

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECATRÔNICA**

Nota final
9,3 (nove e três)
kdm

***Implementação do Método das Fronteiras Imersas
para o estudo de Vibrações Induzidas por
Vórtices (VIV) em Risers***

Iago de Carvalho Barbeiro

Roberto Teruaki Kondo

São Paulo

2005

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECATRÔNICA**

***Implementação do Método das Fronteiras Imersas
para o estudo de Vibrações Induzidas por
Vórtices (VIV) em Risers***

Trabalho de formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Graduação em Engenharia

Iago de Carvalho Barbeiro

Roberto Teruaki Kondo

Orientador: Prof. Dr. Fábio Saltara

Área de Concentração:
Engenharia Mecatrônica

São Paulo

2005

DEDALUS - Acervo - EPMN



31600011851

FICHA CATALOGRÁFICA

1445080

Barbeiro, Iago de Carvalho

Implementação do método das fronteiras imersas para o estudo de vibrações induzidas por vórtices (VIV) em risers / I. de C. Barbeiro, R.T. Kondo. – São Paulo, 2005.

117 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.

1.Método das fronteiras imersas 2.Método dos volumes finitos 3.Vibrações induzidas por vórtices 4.Dinâmica dos fluidos computacional I.Kondo, Roberto Teruaki II.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos III.t.

Sumário

1. Introdução	3
1.1. Layout do trabalho	5
2. Fundamentos teóricos	7
2.1. Mecanismos de formação e desprendimento de vórtices	7
2.1.1. Panorama do estudo da geração de vórtices	7
2.1.2. Dependência do número de Reynolds	8
2.1.3. Camada Limite	10
2.1.4. Representação da relação $Re \times St$ por séries de $(1/\sqrt{Re})$	12
2.2. Considerações sobre as interações hidroelásticas em VIV	16
2.2.1. Oscilação forçada versus oscilação livre	16
2.2.2. Energia transferida do fluido para um corpo oscilando	17
2.2.3. Caso de um cilindro oscilando forçadamente	19
2.2.4. Caso de um cilindro montado em base elástica	25
2.2.5. Estudo da amplitude máxima de oscilação	31
2.3. Métodos numéricos	36
2.3.1. Método dos volumes finitos	36
2.3.1.1. Funções de interpolação para MVF	39
2.3.1.2. Tratamento do Acoplamento Pressão-Velocidade	41
2.3.1.3. Malha Computacional	48
2.3.1.4. Noções gerais relativas a malhas	49
2.3.2. Método das Fronteiras Imersas	53
2.3.2.1. Formulação numérica e matemática	57
2.3.2.2. Exemplo de aplicação	61
3. Estudo numérico do escoamento ao redor de cilindros	66
3.1. Simulações do escoamento ao redor de um cilindro com $100 < Re < 200$	66
3.1.1. Pré-processamento : Malha computacional	67
3.1.2. Parâmetros de Simulação	70
3.1.3. Resultados : Séries temporais de Cl e séries Reynolds x Strouhal	71
3.2. Implementação do Método das Fronteiras Imersas (MFI)	78
3.2.1. Representação do corpo sólido no meio fluido	79
3.2.2. Referencial da malha e comunicação com seus elementos	85
3.2.3. User Defined Functions (UDFs) dos termos fonte	89
3.2.4. UDFs de movimentação do corpo e resultados	91
3.2.5. Seqüência iterativa do conjunto Fluent + UDFs	91
3.3. Implementação do MFI para o caso de um cilindro imóvel e simulações com $100 < Re < 200$	93
3.4. Implementação do MFI para o caso de um cilindro oscilando forçadamente e simulações com $Re=200$	96
3.5. Implementação do MFI para o caso de um cilindro montado sobre uma base elástica livre para oscilar e simulações com $Re=200$ para diferentes valores de velocidade reduzida	99

3.6. Ampliação do método para estudos envolvendo agrupamentos de cilindros e apresentação de um caso implementado -----	105
4. Conclusão -----	109
5. Referências Bibliográficas -----	111

1. Introdução

O presente trabalho se preocupa com alguns aspectos da modelagem da interação fluido-estrutura em sistemas oceânicos e é inserido no contexto dos estudos relacionados a esse tema que são realizados por vários laboratórios da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. No Brasil, quase a grande maioria dessas unidades oceânicas são estruturas *offshore* de extração e beneficiamento petróleo, que muitas vezes são instaladas em regiões onde a profundidade do mar ultrapassa os mil metros, daí a necessidade de um estudo bem detalhado sobre a interação das correntes marítimas com essas estruturas.

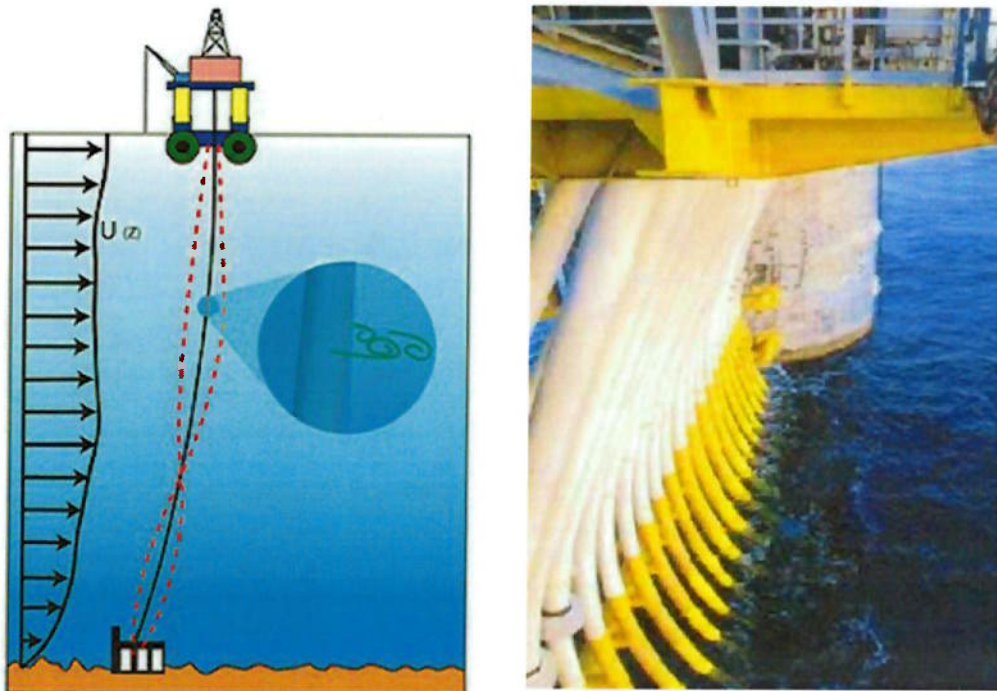


Figura 1 : Plataforma tipo “Tension Leg”. Observa-se a estrutura dos componentes cilíndricos (“risers”) que levam a produção do poço petrolífero para a superfície.

Existem inúmeros aspectos que devem ser levados em conta no projeto dessas grandes estruturas imersas, sendo que uma boa parte são relacionados

aos carregamentos impostos a estas estruturas. Carregamentos estes que podem ser estáticos ou dinâmicos e têm como principais atores o peso próprio das estruturas, o arrasto e as vibrações causadas pelas correntes marítimas. É claro que essa não é uma lista exaustiva dos aspectos a serem estudados no projeto dessas estruturas, mas serve para situar brevemente o fenômeno estudado nesse trabalho que é a Vibração Induzida por Vórtices (VIV) no contexto do projeto de estruturas oceânica.

A motivação do estudo de VIVs esta ligada ao dimensionamento dessas estruturas com relação à fadiga, visto que essas vibrações geram carregamentos cíclicos que, por sua vez, são muito importantes na estimação da vida útil dessas estruturas, bem como na prevenção de falhas destas. Assim, os resultados dos estudos relacionados a esse fenômeno servem de base para os grupos de pesquisa que se preocupam com o dimensionamento dessas estruturas.

A ferramenta básica dessa pesquisa é o CFD (Computational Fluids Dynamics), que é um conjunto de técnicas e métodos computacionais usados na simulação numérica de escoamentos fluidos. O software de base utilizado é o Fluent (baseado no Método dos Volumes Finitos), e serve de plataforma para a implementação de várias UDFs (*User Defined Functions*). Essas UDFs são rotinas escritas em linguagem C que, agregadas à plataforma, realizam cálculos específicos não disponíveis no software de base.

O modelagem da interação fluido-estrutura (ou fluido-sólido) é feita utilizando-se os conceitos do Método das Fronteiras Imersas, que apresenta algumas vantagens em casos de um ou mais corpos móveis imersos em escoamentos fluidos, e que fora primeiramente apresentado por Peskin[23] para o cálculo de escoamentos sanguíneos através de válvulas cardíacas flexíveis. Daí a marcante importância das UDFs nesse trabalho, visto que esse método não se encontra implementado nos softwares comerciais mais conhecidos. Assim, além do estudo do fenômeno de desprendimento de vórtices em si, uma grande parte dos esforços despendidos nesse trabalho foram dedicados à implementação das UDFs relativas a esse método.

Tentando focalizar o estudo e possibilitar sua realização no tempo determinado de doze meses, essa segunda parte só trata o fenômeno para o número de Reynolds 200, e para corpos cilíndricos de base circular, como risers e cordões umbilicais. Um dos motivos para essa escolha é o fato de já existir uma grande quantidade de estudos na literatura para esse valor, o que viabiliza a validação do método implementado. Um segundo motivo vem o fato de não haver tridimensionalidades importantes no escoamento para esse valor de Reynolds, o que, junto com o fato das estruturas serem muito longas, justifica uma simplificação bidimensional do escoamento facilitando em muito a implementação das rotinas e diminuindo consideravelmente os custos computacionais envolvidos.

1.1. Layout do trabalho

Esse trabalho é formado por duas partes principais, sendo a primeira um profundo estudo bibliográfico sobre Vibrações Induzidas por Vórtices (VIVs) e métodos computacionais aplicados a problemas de dinâmica de fluidos e a segunda parte constituída de uma sequência de aplicações computacionais dedicadas ao estudo de vários aspectos dos fenômenos relacionados a VIV através de simulações numéricas do escoamento ao redor de um e de dois cilindros montados em diferentes configurações.

A primeira parte (Capítulo 2), é iniciada com um panorama do fenômeno de formação e desprendimento de vórtices passando pelo significado do número de Strouhal e a sua relação com o número de Reynolds. A interação hidroelástica também é tratada nesse capítulo, com o estudo do problema de um cilindro móvel sujeitos a um escoamento. Em seguida são apresentados os métodos numéricos envolvidos nesse estudo, como o Método dos Volumes Finitos (MVF), no qual se baseia o software utilizado nesse trabalho (Fluent), o Método das Fronteiras Imersas, que foi implementado na segunda parte do trabalho e finalizando pelo Método de Newmark usado para a evolução das variáveis cinemáticas do cilindro no tempo.

A segunda parte (Capítulo 3) apresenta o que foi desenvolvido durante o trabalho. Ela segue a ordem cronológica do desenvolvimento dos modelos e dos códigos implementados, que também é a ordem de complexidade dos mesmos. A primeira seção mostra uma seqüência de simulações do caso de um cilindro estático realizadas usando apenas as ferramentas disponíveis no software de base, seguida de uma parte que trata a implantação do Método das Fronteiras Imersas através de *user defined functions* (UDFs – códigos em linguagem C) acopladas ao software de base. Dado o primeiro passo dentro do Método das Fronteiras Imersas, foram feitas simulações para o caso de um cilindro estático, sendo seus resultados comparados aos obtidos na seção anterior, validando o método. Na seqüência, essas UDFs foram sendo complementadas passo a passo, possibilitando também a realização de simulações para o caso de um cilindro oscilando forçadamente e também para o caso de um cilindro montado em uma base elástica livre para oscilar transversalmente, e por fim, para o caso de dois cilindros alinhados em diferentes configurações (fixos, oscilando forçadamente, montados em bases elásticas, com diferentes espaçamentos, etc..).

2. Fundamentos teóricos

2.1. Mecanismos de formação e desprendimento de vórtices

2.1.1. Panorama do estudo da geração de vórtices

A primeira evidência do fenômeno de geração de vórtices, do ponto de vista mecanicista, ocorreu quando os gregos descreveram os “Aeolian Tones”, causados pela vibração de um fio tensionado quando imerso no vento. No período renascentista, Leonardo da Vinci esboçou alguns desenhos com a presença de turbilhões. Porém, Leonardo falhou ao pensar que a esteira era simétrica.

Após Descartes e Newton, começaram a surgir pesquisadores e engenheiros que investigaram o fenômeno de geração de vórtices e escoamento ao redor de corpos rombudos com o intuito científico e prático. Um corpo rombudo é definido como sendo aquele que, quando imerso em uma corrente de fluido, gera separação do escoamento e esta ocorre em uma porção considerável de sua superfície.

No caso de um corpo com seção transversal bidimensional, há a formação de duas camadas cisalhantes livres na região imediatamente posterior ao corpo, sendo que estas camadas possuem vorticidade de sinal oposto, constituindo um sistema instável na presença de pequenas perturbações. A interação dessas duas camadas é de natureza não-linear e representam a razão da formação e desprendimento de vórtices atrás do corpo.

Em 1878 Strouhal realizou a primeira investigação científica do tema, estudando a vibração de um fio sujeito a uma corrente de ar. Em 1879, enquanto observava uma corda de violino vibrando devido a uma corrente de ar, Lord Rayleigh descobriu que a oscilação ocorria na direção transversal em relação ao escoamento. Ele definiu um número adimensional que veio a ser conhecido como número de Strouhal (St)

$$St = \frac{f.L}{U} \quad (2.1.1)$$

onde f é a frequência de desprendimento de vórtices (ou frequência de vibração do corpo imerso), L representa um comprimento característico do corpo, e U a velocidade do escoamento.

O próximo passo veio a ser dado no trabalho de Kármán (1911) apud Meneghini [1], no qual ele estudou as propriedades de estabilidade da esteira atrás de um corpo e a possibilidade de representá-la através de uma distribuição ideal de vórtices.

2.1.2. Dependência do número de Reynolds

Define-se o número de Reynolds e os coeficientes de força e sustentação como:

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu} \quad C_d = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho U^2 D} \quad C_l = \frac{F_y}{\frac{1}{2} \rho U^2 D} \quad (2.1.2)$$

onde U é a velocidade característica do escoamento em questão, D é um comprimento característico (diâmetro no caso de um cilindro), ρ a massa específica do fluido, μ a viscosidade dinâmica, F_x a força na direção do escoamento e F_y a força na direção transversal a ele.

Para um baixo número de Reynolds ($Re < 1$), o escoamento ao redor de um cilindro é aproximadamente simétrico a montante e a jusante do corpo, com um ponto de estagnação frontal e outro traseiro. Para valores de Re maiores que 5 ocorre a separação da camada limite na parte de trás do corpo, com a formação de um par de vórtices estacionários. Aumentando ainda mais o número de Reynolds, a separação se move para montante, tornando-se aproximadamente tangencial à superfície.

A partir de um valor crítico de Reynolds, as camadas cisalhantes causam a oscilação da esteira. Este número de Reynolds depende do nível de perturbações

externas. Para valores de Re a partir de 50 ou 70, as camadas cisalhantes de fluido enrolam-se em torno delas mesmas, formando os vórtices da esteira. (do inglês "vortex shedding"). Para esta faixa de valores até aproximadamente $40 < Re < 150-200$ há um processo de formação e desprendimentos regulares de vórtices na forma de uma esteira de von Kármán.

Considera-se que para número de Reynolds menores do que 40, o regime é permanente. A partir desse valor, o regime passa a ser transiente.

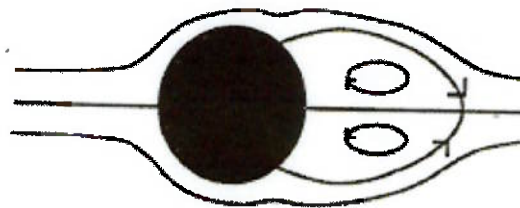


Figura 2 : Vórtices estacionários ao redor de um cilindro ($5 < Re < 40$), reproduzida de Young [28]

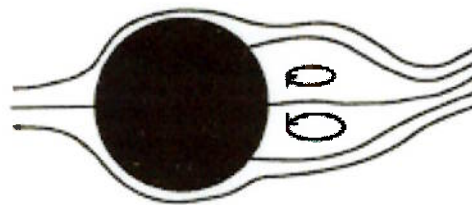


Figura 3: Esteira oscilatória no escoamento ao redor de um cilindro ($40 < Re < 50 - 70$), reproduzida de Young. [28]

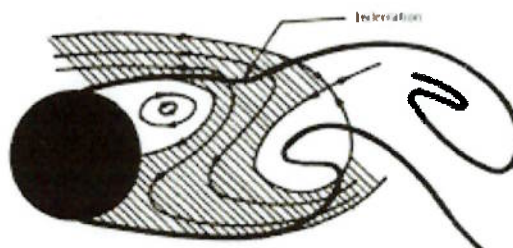


Figura 4 : Geração e desprendimento de vórtices laminares no escoamento ao redor de um cilindro ($50 - 70 < Re < 150 - 200$), reproduzida de Perry et al. [29].

2.1.3. Camada Limite

A hipótese fundamental da teoria de fluido ideal assume que numa superfície qualquer no interior do fluido, as ações exercidas nesta superfície consistem somente em ações normais, ou seja, pressão. Sabemos, no entanto, que em um fluido real ocorrem, além das tensões normais, tensões tangenciais. Estas últimas são causadas pela viscosidade.

A teoria de fluido ideal foi aplicada com sucesso considerável a diversos problemas envolvendo fluidos nos séculos XVIII e XIX. A utilização desta teoria permitia, por exemplo, determinar a forma das linhas de corrente ao redor de fólios e verificar que os resultados obtidos eram muito próximos àqueles verificados experimentalmente.

Havia, no entanto, uma séria discordância no resultado referente ao cálculo do arrasto em corpos imersos em uma corrente. A teoria potencial, quando aplicada ao escoamento ao redor de um corpo simétrico, fornecia como resultado uma força de arrasto nula. A experiência, por sua vez, indicava claramente a existência de uma força não nula nesta direção. Pelo período de aproximadamente dois séculos, este resultado intrigante fez com que diversos hidrodinamicistas procurassem a razão desta falha na teoria. Na literatura, a discordância do resultado experimental comparado com o resultado oriundo da teoria é chamado de paradoxo de D'Alembert.

Foi somente Prandtl, no início do século XX, que propôs uma teoria na qual era explicado o motivo da existência do paradoxo. Prandtl propôs que havia uma pequena região próxima à parede do corpo na qual os efeitos viscosos eram importantes. No restante do escoamento, a viscosidade não era tão importante e, devido a isto, a teoria potencial fornecia resultados próximos aos observados experimentalmente. As linhas de corrente que eram observadas experimentalmente eram muito próximas daquelas obtidas pela teoria potencial.

A condição de aderência foi postulada por Prandtl quando do desenvolvimento de sua teoria. A pequena região do escoamento próxima à parede, na qual os efeitos viscosos são importantes, foi chamada por Prandtl de camada limite. Observações experimentais detalhadas do movimento do fluido próximo à superfície de um corpo vieram a mostrar que o efeito da viscosidade era fazer com que não houvesse deslizamento do fluido junto a esta parede. Estas observações corroboraram as hipóteses da teoria da camada limite de Prandtl. Nesta camada, as forças viscosas são da mesma ordem de grandeza das forças de inércia e, fora dela, as forças viscosas ou de atrito podem ser desprezadas.

A existência do paradoxo de D'Alembert passou a ser interpretado como sendo devido ao fato de, antes de Prandtl, não se considerar a região da camada limite na análise do escoamento. Tomando como exemplo um corpo afilado simétrico em relação à sua corda, uma parcela significativa da força de arrasto surge devido ao atrito provocado pelas camadas de fluido contíguas à parede, atrito este provocado pelo fato do fluido real apresentar uma viscosidade. No caso dos corpos rombudos esta análise é mais complexa devido à formação e desprendimento de vórtices.

É interessante citar que simulações numéricas recentes, utilizando teoria potencial e vórtices discretos, permitem a obtenção de resultados com separação e uma força de arrasto não nula. Nestes cálculos, a camada limite é substituída por uma distribuição de vórtices pontuais ao redor do corpo. Esta questão e detalhes sobre este método serão novamente discutidos no final deste capítulo.

Com a teoria da camada limite proposta por Prandtl, podemos analisar o escoamento ao redor de um corpo afilado dividindo-o em duas regiões distintas: a) a região na qual a ação das forças viscosas é importante, esta região é contígua aos contornos sólidos e foi denominada por Prandtl de camada limite; b) a região na qual a ação da viscosidade é desprezível, prevalecendo o modelo de fluido ideal para o qual é aplicável a teoria do escoamento potencial.

No caso de um corpo rombudo, além destas duas regiões, temos uma terceira: c) a região da esteira, formada por vórtices. Estes são formados e

desprendidos devido à interação das camadas cisalhantes, as quais se formaram devido à separação da camada limite. Esta região é caracterizada pela existência de pacotes de fluido com vorticidade elevada e de sinais opostos. Esta subdivisão nos permite conciliar a condição de aderência com o resultado experimental que indica que os efeitos da viscosidade no escoamento são desprezíveis em quase todo o domínio. A camada limite constitui-se em uma pequena região do fluido próxima à parede na qual os efeitos viscosos são importantes. Nesta região a velocidade do fluido passa de um valor igual à velocidade da parede para um valor não nulo correspondente a um escoamento potencial.

O que é importante notarmos é que nesta pequena distância a partir da parede, a passagem de um valor de velocidade igual à da parede para o valor do escoamento potencial somente pode ocorrer se as forças viscosas forem da mesma ordem de grandeza das forças de inércia. Esta constatação permite estimar a ordem de grandeza da espessura desta camada em função das características particulares do escoamento. Isto é demonstrado na próxima seção.

2.1.4. Representação da relação Re x St por séries de $(1/\sqrt{Re})$

Seguindo um número de recentes investigações bem definidas sobre esteiras de corpos rombudos, foram levantadas questões sobre como a relação entre o número de Reynolds (Re) e o número de Strouhal (St) pode ser melhor representada e quais bases físicas podem ser atribuídas a essa relação. Nas duas últimas décadas foi mostrado que se houver indução de vórtices paralelos ao eixo do cilindro, então a relação entre Re e St é contínua e repetível dentro do regime laminar de desprendimento de vórtices.

Uma relação funcional para os experimentos originais de Strouhal de 1878 sobre a frequência de desprendimento de vórtices foi feita por Lord Rayleigh. Ele sugeriu que um parâmetro de frequência (hoje chamado de número de Strouhal) poderia ser expresso em termos de uma expansão de Taylor envolvendo um parâmetro de viscosidade (o inverso do que hoje é chamado número de Reynolds):

$$St = \frac{f \cdot D}{U} = A + \frac{B}{Re} + \frac{C}{Re^2} + \dots \quad (2.1.3)$$

Nessa expressão, f é a frequência de desprendimento de vórtices, D é o diâmetro do corpo e U é a velocidade do escoamento. Nas últimas décadas, muitas medidas experimentais foram feitas e diferentes coeficientes para a relação $Re \times St$ em regime laminar ($Re = 47-190$) foram calculados, principalmente para séries de dois e três termos. A série de dois termos gerando um erro de aproximadamente 10% para o menor Re (figura 1), o que é significativo tendo em vista que os diferentes dados experimentais de diversos laboratórios diferem em aproximadamente 1%. No entanto, a série de três termos é apresentada um erro bem inferior de 2%, o que a torna muito mais atrativa.

A questão do grau de “rombudez” de um corpo foi considerada por Roshko [30], que propôs um número de Strouhal baseado nas escalas da formação da esteira nas proximidades do corpo para comparar dados de frequência de corpos de diferentes formas. Ele sugeriu que a frequência de desprendimento de vórtices estaria mais relacionada à largura da esteira (L^*) formada do que simplesmente às dimensões do corpo (D), e a uma escala de velocidade mais relevante (U^*) mais do que à velocidade do escoamento, criando assim um novo número de Strouhal (St^*) constante.

$$St^* = \frac{f \cdot L^*}{U^*} \approx cte \quad (2.1.4)$$

A largura da esteira L^* de diferentes corpos foi encontrada usando a teoria das linhas de corrente livres, enquanto que a escala de velocidade U^* foi considerada como sendo a velocidade logo após o ponto de separação (U_s) que é calculada com uma boa aproximação à partir do coeficiente de pressão de base.

Além deste, outros números de Strouhal foram utilizados, por exemplo, por Bearman e Griffin, resultando num razoável colapso de dados de frequências para diferentes corpos rombudos. Esses resultados confirmaram o mérito de considerar as escalas características da formação da esteira ao invés de considerar simplesmente as dimensões do corpo (e a velocidade do escoamento livre).

Baseado no novo conceito de número de Strouhal (St^*) Williamson & Henderson propuseram uma nova série para representar a relação Strouhal-Reynolds, onde termos $1/\sqrt{Re}$ tomaram o lugar dos tradicionais $1/Re$. Além de apresentar uma melhor concordância com os dados experimentais, essa nova representação funcional oferecerá uma justificativa física mais interessante.

Ao estudar a freqüência de desprendimento de vórtices atrás de uma placa plana paralela ao escoamento (cujo bordo de ataque tinha uma seção transversal de projétil, ou "bullet shape") Bauer (1961) apud Meneghini [1] normalizou o número de Strouhal usando um comprimento característico igual a duas vezes a espessura da camada cisalhante somadas à espessura da placa (ou seja, $D+2\delta$). Williamson & Henderson partiram desse comprimento característico e da velocidade próxima ao ponto de separação U_s para o calculo de St^* , chegando à expressão

$$St^* = \frac{f.L^*}{U^*} = \left(\frac{f.D}{U} \right) \left(\frac{U}{U_s} \right) \left(1 + \frac{2\delta}{D} \right) = St \left(\frac{U}{U_s} \right) \left(1 + \frac{2\delta}{D} \right). \quad (2.1.5)$$

Roshko [30] mostra que U_s é relacionada ao coeficiente de base de pressão (com muito boa aproximação) por

$$\frac{U_s}{U} = \sqrt{1 - C_{bp}}, \quad (2.1.6)$$

dando a expressão do número de Strouhal como

$$S = S^* \sqrt{1 - C_{bp}} \left(1 + \frac{2\delta}{D} \right)^{-1} \quad (2.1.7)$$

O parâmetro de pressão de base $\sqrt{1 - C_{bp}}$ varia apenas por volta de 10% para um cilindro circular para Re referentes à escoamentos laminares, e é muito bem representado por uma expansão em potências de $1/\sqrt{Re}$:

$$\sqrt{1 - C_{bp}} = C' - D'/\sqrt{Re}, \quad (2.1.8)$$

onde $C'=1,548$ e $D'=2,328$, utilizando-se os dados experimentais de Williamson & Roshko.

A espessura da camada cisalhante δ depende do crescimento da camada limite na parte posterior do cilindro, sujeita a uma aproximação de camada limite, e é dada por $\delta/D \sim 1/\sqrt{Re}$. Esse relacionamento foi anteriormente assumido por Bloor (1964) apud Meneghini [1], que o usou para mostrar que a frequência de instabilidade da camada cisalhante varia aproximadamente com \sqrt{Re} .

Em suma, foi formulada uma nova relação funcional entre número de Strouhal e número de Reynolds para a esteira de cilindros, que pode ser escrita como uma expansão em $(1/\sqrt{Re})$:

$$St = \left(A + \frac{B}{\sqrt{Re}} + \frac{C}{Re} + \dots \right) \quad (2.1.9)$$

Simulações em CFD (*Computational Fluid Dynamics*) usando modelos bidimensionais para Re até 100 feitas por Henderson possibilitaram um bom teste para essa relação funcional e uma excelente representação desses dados de simulação envolve uma série de três termos:

$$St = \left(0.2731 - \frac{1.1129}{\sqrt{Re}} + \frac{0.4821}{Re} + \dots \right) \quad (2.1.10)$$

A motivação dessa expansão vem do uso da largura da esteira como comprimento característico, do qual depende a frequência, e que incorpora as dimensões físicas do corpo rombudo além da espessura das camadas cisalhantes. E uma interpretação física dessa expansão é que o termo constante (A) é devido ao tamanho ou forma física do corpo por si mesmo enquanto os termos seguintes em potências de $(1/\sqrt{Re})$ são associados à espessura da camada cisalhante.

2.2. Considerações sobre as interações hidroelásticas em VIV

O fenômeno de geração e desprendimento de vórtices pode ser alterado de maneira significativa quando o corpo rombudo estiver oscilando ou, equivalentemente, estiver imerso em um escoamento oscilatório. Para um intervalo de amplitude e frequência de oscilação, o movimento do corpo ou o escoamento oscilatório podem controlar os mecanismos de instabilidade que levam ao fenômeno de geração e desprendimento de vórtices. A influência da oscilação no fenômeno é apresentada em detalhes neste capítulo, servindo como base para o entendimento das simulações numéricas que serão apresentadas posteriormente.

2.2.1. Oscilação forçada versus oscilação livre

Existem basicamente duas maneiras distintas de se estudar a influência das oscilações do corpo rombudo sobre o fenômeno de desprendimento de vórtices. A primeira delas procura analisar essa influência através da aplicação de oscilações forçadas em um cilindro montado em um túnel de vento ou água. A segunda procura investigar diretamente os efeitos da oscilação montando o cilindro em um sistema de suporte externo constituído por molas ajustáveis e um sistema de amortecimento de forma a permitir a sua movimentação transversal e/ou na direção do escoamento.

De acordo com Parkinson [7], existem prós e contras em cada uma destas formas de se atacar o problema. A utilização de um cilindro montado em base elástica nos permite obter evidências diretas das interações não-lineares que ocorrem entre excitação e resposta. No entanto, este método acarreta em um aumento considerável dos parâmetros a serem medidos, complicando de maneira significativa a interpretação dos resultados.

O método de oscilações forçadas faz com que os experimentos tenham um número inferior de parâmetros a serem medidos, mas algumas das características

observadas em problemas práticos de vibração induzida por vórtices não são reproduzidas. A questão que surge naturalmente é: sob quais condições um ensaio com o cilindro oscilando forçadamente é equivalente a um ensaio no qual o cilindro está montado em uma base elástica? Ou ainda, sob quais condições a oscilação forçada poderia vir a ocorrer se o cilindro estivesse montado na base elástica? Para responder a estas perguntas, deve-se investigar o sentido da transferência de energia: se ela ocorre do fluido para o corpo ou vice-versa. Caso a transferência de energia em uma oscilação forçada com certa frequência e amplitude ocorrer do fluido para o corpo, este provavelmente oscilaria se estivesse montado numa base elástica com uma frequência natural próxima daquela da oscilação.

Quando temos um cilindro montado em uma base elástica, oscilações ocorrerão apenas quando a transferência de energia mecânica acontecer do fluido para o corpo. Dependendo como definirmos o nosso sistema mecânico, podemos convencionar este sentido (fluido \rightarrow corpo) como sendo de energia positiva. Logicamente, na dinâmica do sistema, devemos considerar a energia líquida através da integração da força hidrodinâmica e o deslocamento em diversos ciclos de oscilação, ou seja, devemos calcular a energia média transferida do fluido para o cilindro montado na base elástica. Por sua vez, quando fazemos um experimento de oscilação forçada, a energia não está restrita a valores positivos: dependendo da amplitude e frequência da oscilação, valores negativos ou positivos podem ser obtidos.

2.2.2. Energia transferida do fluido para um corpo oscilando

Nesta seção são apresentados os fundamentos teóricos referentes à consideração sobre a energia transferida pelo fluido para um corpo oscilando. Como será visto, esta energia está diretamente relacionada ao ângulo de fase entre a força e o deslocamento do corpo. Além disto, o estudo deste ângulo de fase permite uma comparação direta entre os casos de oscilação livre e oscilação forçada.

Tomando um corpo oscilando transversalmente, a energia transferida em um ciclo é:

$$\bar{E} = \int_0^T F_y(t) dy_b \quad (2.2.1)$$

onde F_y é a força transversal por unidade de comprimento na direção da envergadura. Esta força lidera o deslocamento transversal y_b por uma fase ϕ e é obtida através de

$$F_y = \frac{1}{2} \rho U^2 D \bar{C}_l \sin(2\pi ft + \phi) \quad (2.2.2)$$

na qual \bar{C}_l é a amplitude do coeficiente de sustentação e

$$y_b = A \sin(2\pi ft + \phi) \quad (2.2.3)$$

A energia transferida ao corpo pelo fluido em cada ciclo com período T de oscilação é

$$\bar{E} = \int_0^A F_l dy_b = \int_0^A F_l \frac{dy_b}{dt} dt \quad (2.2.4)$$

a qual pode ser reescrita utilizando as expressões acima, fornecendo

$$\bar{E} = -\frac{1}{2} \rho U^2 D \bar{C}_l A \int_0^{2\pi} \cos(\tau + \phi) \sin \tau d\tau \quad (2.2.5)$$

onde $\tau = 2\pi ft$. Esta expressão nos fornece

$$\bar{E} = -\frac{1}{2} \rho U^2 D \bar{C}_l A \sin \phi \quad (2.2.6)$$

Adimensionalizando esta energia, obtemos

$$E = \frac{\bar{E}}{\frac{1}{2} \rho U^2 D^2} = -\pi \bar{C}_l \left(\frac{A}{D} \right) \sin \phi \quad (2.2.7)$$

A expressão acima mostra claramente a dependência da energia com a fase.

Podemos também obter uma expressão para a energia adimensional utilizando diretamente o coeficiente de sustentação e o deslocamento adimensionalizado pelo diâmetro. Este procedimento foi utilizado por Blackburn e Henderson [8] no estudo da dependência da energia pela frequência para uma dada amplitude de oscilação:

$$E = \frac{1}{\frac{1}{2}\rho U^2 D^2} \int_0^T \dot{y} F_l dt = \int_0^T \dot{y} C_l dt \quad (2.2.8)$$

Para analisar o sinal da energia, Blackburn e Henderson utilizaram o teorema de Green na expressão acima de forma a avaliá-la através do cálculo da área de um ciclo limite no plano

$$E = \int_0^T \dot{y} C_l dt = \frac{1}{2} \oint (C_l d\bar{y} + \bar{y} dC_l) \quad (2.2.9)$$

Na próxima seção, é feita uma revisão das pesquisas realizadas sobre o tópico, iniciando se com a escola de investigadores que procuraram analisar o problema utilizando oscilações forçadas. No final, são apresentadas pesquisas que procuraram investigar o fenômeno através de ensaios de cilindros montados em base elástica.

2.2.3. Caso de um cilindro oscilando forçadamente

Bishop e Hassan [9] foram uns dos primeiros pesquisadores a investigar a influência da oscilação do corpo na geração de vórtices. Eles estudaram como as forças em um cilindro são afetadas quando o corpo oscila forçadamente e transversalmente à direção do escoamento ao longe. A oscilação do corpo imposta era da forma senoidal,

$$y_b = A \sin(2\pi ft) \quad (2.2.10)$$

onde y_b é a coordenada do centro do cilindro, A a amplitude e f a frequência da oscilação forçada. Na forma adimensional esta expressão torna-se

$$\bar{y} = \frac{A}{D} \sin(2\pi ft) \quad (2.2.11)$$

na qual \bar{y} é o deslocamento transversal normalizado do corpo, A/D é amplitude normalizada da oscilação, D é o diâmetro do cilindro. Bishop e Hassan descobriram que quando a frequência de oscilação f do cilindro aproxima-se da frequência do número de Strouhal, f_s , a frequência f e a frequência de oscilação do coeficiente de sustentação tornam-se sincronizadas.

Em outras palavras, a oscilação era capaz de alterar o valor da frequência de geração e desprendimento de vórtices para o seu próprio valor. Como já foi dito, esta sincronização é chamada na literatura inglesa de lock-in. Bishop e Hassan observaram que a sincronização persistia em uma faixa de frequências para um dado valor de amplitude de oscilação. Um importante aspecto apontado por Bishop e Hassan é a variação brusca do ângulo de fase (ϕ) entre a força transversal e o deslocamento do corpo que ocorre quando a frequência de oscilação varia em torno da frequência de geração de vórtices. Junto com esta variação ocorre um repentino aumento da amplitude do coeficiente de sustentação, conforme pode ser visto na Figura 4.

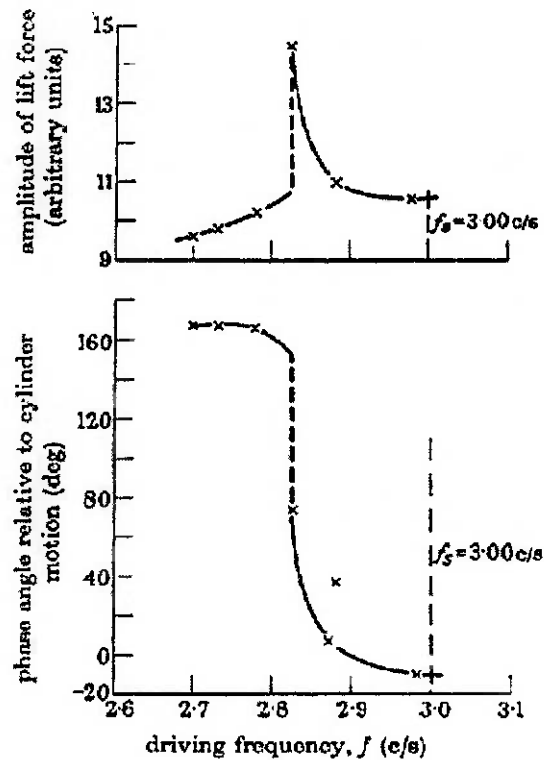


Figura 5 : Variação brusca do ângulo de fase e coeficiente de sustentação próximo ao ponto de ressonância, reproduzida de Bishop e Hassan [9]

Alguns anos após os experimentos de Bishop e Hassan, Koopman [10] também investigou o efeito de oscilações transversais forçadas na geração de vórtices. Seu principal interesse era a determinação da região de sincronização, i.e. a fronteira de lock-in. Ele descobriu que a sincronização só ocorria acima de um certo valor limite de amplitude oscilação. A fronteira de sincronização determinada por Koopman é mostrada na Figura 5 é possível notar que o limite superior e inferior de freqüências para as quais a freqüência de geração de vórtices é controlada pela freqüência da oscilação do cilindro é muito dependente da amplitude e fracamente dependente do número de Reynolds do escoamento.

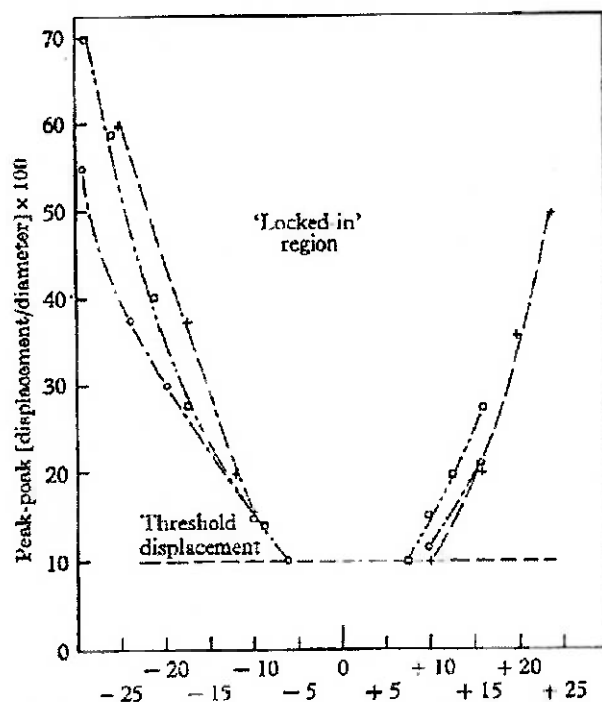


Figura 6 : Fronteira de sincronização, reproduzida de Koopman [10]

Griffin [11] realizou uma série de experimentos para um cilindro livre para oscilar. Os experimentos foram realizados para uma faixa de número de Reynolds entre 350 e 900. Eles estudaram em detalhes a diferença de fase entre a força de sustentação e o deslocamento do corpo e a energia transferida do fluido para o corpo. A variação brusca do ângulo de fase também foi estudada por Bearman e Currie. [12]

Eles compararam resultados de experimentos onde o corpo era forçado a oscilar com resultados experimentais de Feng [13] nos quais o corpo estava montado em um sistema elástico livre para oscilar. Os resultados desta comparação são apresentados na Figura 6. O comportamento do ângulo de fase para cada caso é similar. No entanto, os experimentos com oscilação forçada têm a vantagem prática da amplitude e freqüência poderem ser alteradas livremente e o menor número de parâmetros físicos.

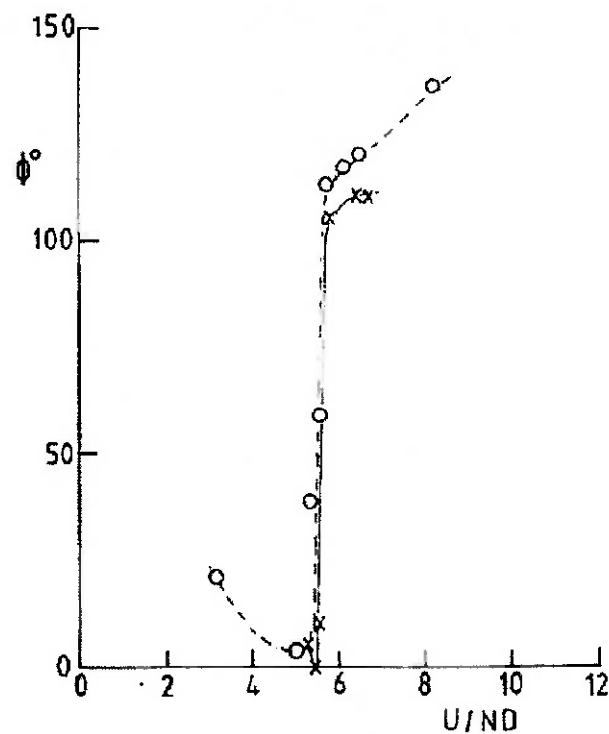


Figura 7 : Comparações de resultados com oscilação forçada (-) para $y/D = 0.11$, de Bearman e Curie [12], e com oscilação livre (x), de Feng [13]

Bearman e Davies [14] mostraram que a forma do corpo após a separação tem um papel fundamental no ângulo de fase. Corpos que têm apenas uma porção muito pequena da sua parede imersa numa região posterior à separação, em condições normais não estão sujeitos a VIV. Os resultados experimentais de Bearman e Obasaju [15], para seções quadradas ou retangulares, mostraram que corpos com esta geometria estão submetidos a uma fase que é negativa para freqüências de oscilação forçada ao redor da freqüência de geração de vórtices. Na Figura 7 a fase entre a sustentação e o deslocamento transversal que ocorre para um cilindro com seção transversal quadrada forçado a oscilar transversalmente é mostrada em função da velocidade reduzida definida pela expressão:

$$V_r = \frac{U}{fD} \quad (2.2.12)$$

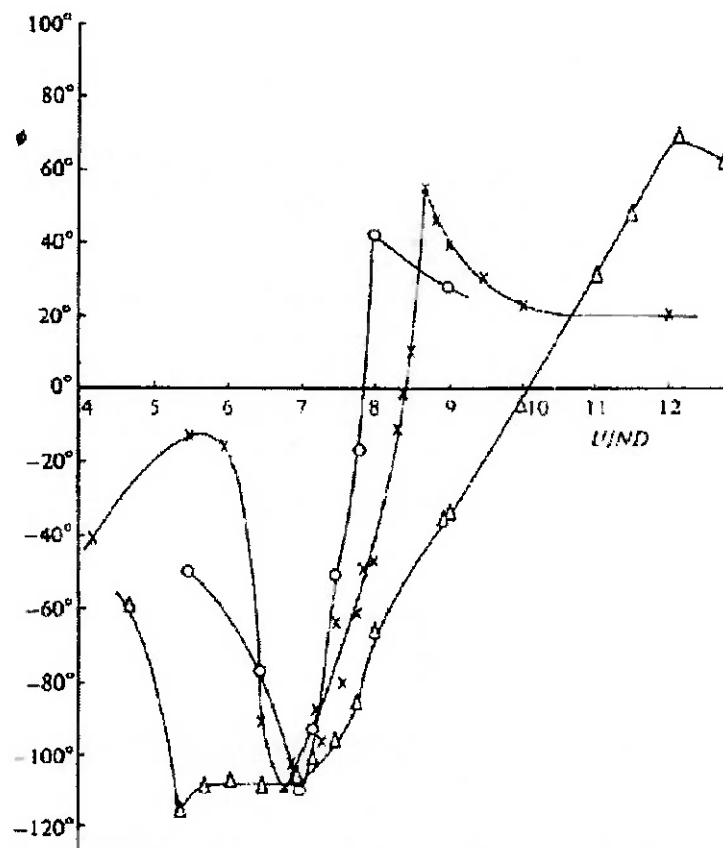


Figura 8 : Medições experimentais da fase entre a sustentação e o deslocamento transversal de um cilindro com seção transversal quadrada versus a velocidade reduzida. (o), $y/D = 0.05$, (x), $y/D = 0.10$, e (Δ), $y/D = 0.25$, reproduzida de Bearman e Obasaju [15]

A ressonância ocorre para $V_r = 7.46$. A análise destes resultados mostra que a geração de vórtices para um cilindro com seção transversal quadrada causa, para a maioria dos valores de V_r , uma transferência negativa de energia para o corpo. Esta energia é positiva apenas para uma faixa muito pequena de valores da velocidade reduzida. Se o corpo está livre para oscilar, apenas neste intervalo vibração pode ser induzida pelos vórtices que se deprendem.

2.2.4. Caso de um cilindro montado em base elástica

A importância prática do estudo de cilindros oscilando devido à geração e desprendimento de vórtices (VIV) fez com que houvesse muitas pesquisas fundamentais sobre o tópico nos últimos anos. Muitas destas pesquisas investigaram o fenômeno de VIV utilizando um cilindro montado em base elástica livre para oscilar. Com este tipo de aparato, oscilações ocorrem somente para faixas de velocidade reduzida nas quais a energia transferida do fluido para o corpo é positiva e a frequência de desprendimento de vórtices está próxima da frequência natural do sistema ou de um dos seus múltiplos ou submúltiplos.

A vantagem de simular o escoamento ao redor de um cilindro montado em base elástica reside no fato de que neste caso medimos diretamente as amplitudes de oscilação. Em oscilações forçadas o efeito do acoplamento pode ocorrer inclusive para faixas de energia negativa, oscilações estas que nunca ocorreriam se o cilindro estivesse montado em base elástica. Neste aspecto, experimentos em base elástica são mais realistas do que aqueles nos quais as oscilações são impostas. No entanto, o preço que pagamos é que, nos experimentos com base elástica, o número de parâmetros é sensivelmente maior do que aqueles com oscilações forçadas.

Na maioria dos ensaios, o único grau de liberdade para oscilação é o transversal. Isto ocorre devido ao fato da amplitude de oscilação do arrasto ser muito pequena comparando-se com a amplitude de oscilação da sustentação. As oscilações na direção da corrente existem, mas são sempre inferiores às aquelas no plano transversal. Por isto, nesta seção vamos nos concentrar na análise de experimentos e simulações do escoamento ao redor de cilindros montados em base elástica com um grau de liberdade.

De maneira geral, nos experimentos com esta configuração, estamos interessados na obtenção das amplitudes de oscilação para uma faixa de velocidade reduzida, no efeito do amortecimento estrutural nestas amplitudes máximas e em uma possível correlação entre estas e os modos de desprendimento de vórtices. O interesse prático na obtenção destas amplitudes

está diretamente ligado ao fato deste parâmetro estar diretamente relacionado à estimativa da vida útil de elementos cilíndricos sujeitos a VIV (e.g. “risers,” cabos umbilicais, etc).

Procuramos introduzir a seguir os parâmetros importantes no problema seguindo o desenvolvimento feito por Bearman [16] e Khalak e Williamson [17]. A equação básica do problema é aquela de um oscilador:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_l \quad (2.2.13)$$

na qual m é a massa do cilindro, c é o amortecimento, k é a rigidez do sistema e F_l é força na direção transversal em relação à corrente. Para adimensionalizar esta equação, seguindo Khalak e Williamson [17] e Saltara [18], inicialmente definimos os adimensionais parâmetro de massa m^* , amplitude adimensional A^* , frequência adimensional f^* , parâmetro de amortecimento ζ , parâmetro de amortecimento ζ_a , e velocidade reduzida V_r :

$$m^* = \frac{m}{m_d} = \frac{4m}{\pi D^2 l \rho} \quad (2.2.14)$$

$$A^* = \frac{A}{D} \quad (2.2.15)$$

$$T_n = \frac{1}{f_n} = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi / \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.2.16)$$

$$T_{n_a} = \frac{1}{f_{n_a}} = \frac{2\pi}{\omega_{n_a}} = 2\pi / \sqrt{\frac{k}{m+m_a}} = 2\pi / \sqrt{\frac{k}{m+C_a m_d}} \quad (2.2.17)$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (2.2.18)$$

$$\zeta_a = \frac{c}{2\sqrt{k(m+m_a)}} = \frac{c}{2\sqrt{k(m+C_a m_d)}} \quad (2.2.19)$$

$$V_r = \frac{U}{f_n D} \quad (2.2.20)$$

$$V_{r_a} = \frac{U}{f_{n_a} D} \quad (2.2.21)$$

nas quais m_d é a massa de fluido deslocada pelo corpo, m_a é a massa adicional, y_b é o deslocamento transversal do corpo, U é a velocidade do escoamento e f_n é a frequência natural do sistema medida no vácuo e o subscrito a na frequência natural e no amortecimento indicam estes parâmetros medidos em água. Estes adimensionais, juntamente com as definições do coeficiente de sustentação, coeficiente de arrasto e o número de Reynolds, são aqueles regem o fenômeno. A massa deslocada relaciona-se com a massa adicional m_a através do coeficiente de massa adicional

$$C_a = \frac{m_a}{m_d} \quad (2.2.22)$$

Analisando as definições dos adimensionais, verificamos que temos duas opções quanto ao caminho a ser adotado para obtermos a equação adimensional: o primeiro envolve a utilização dos parâmetros em água; a segunda no vácuo. Cada uma das formas tem suas vantagens e desvantagens. Se utilizarmos os parâmetros em água, a não linearidade do acoplamento vibração-escoamento é evidente, conforme será visto a seguir. No entanto, isto cria uma dificuldade prática clara: os coeficientes em água dependem a priori da massa adicional, a qual por sua vez não é constante podendo assumir valores que fogem da unidade para velocidades reduzidas diferentes. Para a adimensionalização da expressão 2.2.13, utilizando os parâmetros em água, inicialmente a dividimos por $m + m_a$,

$$\frac{m}{m + m_a} \ddot{y} + \frac{c}{m + m_a} \dot{y} + \frac{k}{m + m_a} y = \frac{F_l}{m + m_a} \quad (2.2.23)$$

e utilizando a definição da fração do amortecimento crítico (2.2.18), e do coeficiente de sustentação, obtemos

$$\frac{m}{m + m_a} \ddot{y} + \frac{2\zeta\sqrt{km}}{m + m_a} \dot{y} + \frac{k}{m + m_a} y = \frac{1}{m + m_a} \frac{1}{2} \rho U^2 DIC_l \quad (2.2.24)$$

Introduzindo a frequência circular natural ω_{n_a} , temos

$$\frac{m}{m+m_a} \ddot{y} + 2\zeta\omega_{n_a} \sqrt{\frac{m}{m+m_a}} \dot{y} + \omega_{n_a}^2 y = \frac{1}{m+m_a} \frac{1}{2} \rho U^2 DIC_l \quad (2.2.25)$$

Eliminando o coeficiente que multiplica a aceleração e introduzindo a massa deslocada m_d no termo do lado direito da equação, obtemos

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_{n_a} \sqrt{1 + \frac{m_a}{m}} \dot{y} + \omega_{n_a}^2 \left(1 + \frac{m_a}{m}\right) y = \frac{2m_d}{m\pi D} U^2 C_l \quad (2.2.26)$$

Introduzindo agora o coeficiente de massa m^* e o coeficiente de massa adicional C_a , a expressão se torna

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_{n_a} \sqrt{1 + \frac{C_a}{m^*}} \dot{y} + \omega_{n_a}^2 \left(1 + \frac{C_a}{m^*}\right) y = \frac{2m_d}{m^* \pi D} U^2 C_l \quad (2.2.27)$$

Para a adimensionalização final desta expressão, consideramos o deslocamento adimensional como sendo

$$Y \equiv \frac{y}{D} \quad (2.2.28)$$

e o tempo adimensional, τ , definido através de

$$\tau \equiv \frac{t}{T_{n_a}} \quad (2.2.29)$$

As derivadas temporais das variáveis cinemáticas, tornam-se

$$\dot{y} = \frac{D}{T_{n_a}} \dot{Y} \quad (2.2.30)$$

$$\ddot{y} = \frac{D}{T_{n_a}^2} \ddot{Y} \quad (2.2.31)$$

e, com estas expressões, podemos reescrevê-la como

$$\frac{D}{T_{n_a}^2} \ddot{Y} + 2\zeta\omega_{n_a} \sqrt{1 + \frac{C_a}{m^*}} \frac{D}{T_{n_a}} \dot{Y} + \omega_{n_a}^2 \left(1 + \frac{C_a}{m^*}\right) DY = \frac{2}{\pi D m^*} U^2 C_l \quad (2.2.32)$$

Finalmente, com a definição da frequência angular natural ω_n e da velocidade reduzida V_{r_a} , chegamos à expressão:

$$\ddot{Y} + 4\zeta\pi\sqrt{1 + \frac{C_a}{m^*}}\dot{Y} + 4\pi^2\left(1 + \frac{C_a}{m^*}\right)Y = \frac{2}{\pi m^*}V_{r_a}^2 C_l \quad (2.2.33)$$

Neste ponto devemos observar que nada foi dito a respeito do coeficiente C_a da equação 2.2.22. Experimentos mostram que este coeficiente, para pequenas amplitudes de oscilação do corpo no fluido em repouso, pode ser considerado como sendo aproximadamente igual a 1. No entanto, resultados recentes obtidos por Fajarra e Pesce [19] mostram que, para amplitudes elevadas, o valor do coeficiente de massa adicional pode desviar-se consideravelmente da unidade para amplitudes elevadas de oscilação.

No caso do parâmetro C_a variar, os coeficientes do oscilador passam a depender do escoamento, tornando explícita a não-linearidade da solução do oscilador, mas criando um problema prático para a solução do mesmo. Isto nos faz pensar que a melhor forma para adimensionalização é utilizar todos os parâmetros no vácuo. Logicamente, a não linearidade continuará a existir no cálculo do C_l , i.e. existirão componentes em fase com velocidade e aceleração que, se passadas para o lado esquerdo da equação, exercerão o mesmo papel daquelas expressas na equação 2.2.33 acima. Procedendo de maneira análoga com os parâmetros definidos no vácuo, inicialmente dividimos a mesma pela massa m

$$\ddot{y} + \frac{c}{m}\dot{y} + \frac{k}{m}y = \frac{F_l}{m} \quad (2.2.34)$$

e utilizando as definições de ζ e do coeficiente de sustentação, obtemos

$$\ddot{y} + 2\zeta\sqrt{\frac{k}{m}}\dot{y} + \frac{k}{m}y = \frac{1}{2m}\rho U^2 D l C_l \quad (2.2.35)$$

Introduzindo a frequência circular natural no vácuo ω_n

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_n\dot{y} + \omega_n^2 y = \frac{1}{2m} \rho U^2 D C_l \quad (2.2.36)$$

e o coeficiente de massa m^* , a expressão torna-se

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_n\dot{y} + \omega_n^2 y = \frac{1}{2Dm^*} U^2 C_l \quad (2.2.37)$$

Com a mesma adimensionalização para a amplitude e com o tempo adimensionalizado com o período natural no vácuo

$$\tau \equiv \frac{t}{T_n} \quad (2.2.38)$$

as derivadas temporais, tornam-se

$$\dot{y} = \frac{D}{T_n} \dot{Y} \quad (2.2.39)$$

$$\ddot{y} = \frac{D}{T_n^2} \ddot{Y} \quad (2.2.40)$$

e, com estas expressões, podemos reescrevê-la como

$$\frac{D}{T_n^2} \ddot{Y} + 2\zeta\omega_n \frac{D}{T_n} \dot{Y} + \omega_n^2 D Y = \frac{2}{\pi D m^*} U^2 C_l \quad (2.2.41)$$

Finalmente, com a definição da frequência angular natural ω_n e da velocidade reduzida V_r , chegamos à expressão:

$$\ddot{Y} + 4\zeta\pi\dot{Y} + 4\pi^2 Y = \frac{2}{\pi m^*} V_r^2 C_l \quad (2.2.42)$$

Esta é a expressão adimensional do oscilador. A não linearidade da mesma está expressa no coeficiente de sustentação C_l e de suas componentes em fase com aceleração e velocidade. Todo o efeito da massa adicional na frequência de oscilação do sistema está diretamente associado a este acoplamento. Nesta expressão, V_r é a velocidade reduzida definida utilizando-se a frequência natural

do sistema no vácuo. As duas expressões das equações dinâmicas são equivalentes, a única diferença reside na forma que os coeficientes são definidos e a escala de tempo, já que em uma delas a adimensionalização considera o período natural no fluido em questão, enquanto que na outra utiliza-se o período natural no vácuo. Na apresentação dos resultados de amplitudes máximas versus velocidade reduzida, podemos escolher para a abscissa uma escala com V_r ou V_{r_n} . Conforme pode ser visto em Saltara [18], sendo dados os valores de m^* , ζ e V_r , podemos resolver a expressão 2.2.42 a cada instante de tempo com o valor de C_l resultante da solução numérica do escoamento ao redor do cilindro. Isto é feito utilizando-se um esquema de integração no tempo.

2.2.5. Estudo da amplitude máxima de oscilação

O interesse principal do estudo está na curva de amplitude em função da velocidade reduzida, nos valores de máxima amplitude e na relação destes com o modo de geração e desprendimento de vórtices. Como já foi dito anteriormente, a vida útil de elementos cilíndricos de estruturas “offshore” sujeitos a VIV, tais como “risers”, depende diretamente da amplitude máxima da oscilação. Daí o interesse não apenas teórico na obtenção da curva A/D versus V_r . Para um cilindro montado em uma base elástica com um grau de liberdade na direção transversal em relação à corrente, a equação que rege o fenômeno é a expressão 2.2.41. Conforme pode ser visto em Bearman [16], para amplitudes de oscilação induzida por vórtices com uma corrente constante, a força hidrodinâmica na direção transversal e a resposta de deslocamento do corpo oscilam na mesma frequência, f_{osc} , a qual é usualmente próxima à frequência natural f_n . Conforme já vimos, quando um corpo está respondendo à geração de vórtices, a força lidera a excitação por um ângulo de fase ϕ e a energia transferida do fluido para o corpo é proporcional ao seno deste ângulo:

$$Y = \frac{y}{D} = \frac{A}{D} \sin 2\pi f_{osc} t \quad (2.2.43)$$

$$C_l = \bar{C}_l \sin(2\pi f_{osc} t + \phi) \quad (2.2.44)$$

Substituindo estas expressões na equação dinâmica, obtemos

$$-\frac{A}{D} 4\pi^2 f_{osc}^2 \sin 2\pi f_{osc} t + 8\pi^2 \zeta \frac{A}{D} f_{osc} \cos 2\pi f_{osc} t + 4\pi^2 \frac{A}{D} \sin 2\pi f_{osc} t =$$

$$\frac{2}{\pi m^*} V_r^2 \bar{C}_l \sin(2\pi f_{osc} t + \phi) \quad (2.2.45)$$

e igualando os coeficientes dos senos e co-senos na expressão resultante obtemos

$$f^* = \frac{f_{osc}}{f_n} = \sqrt{1 - \frac{\bar{C}_l \cos \phi}{4\pi^2} \left(\frac{2}{m^*}\right) V_r^2 \left(\frac{A}{D}\right)^{-1}} \quad (2.2.46)$$

$$A^* = \frac{A}{D} = \frac{\bar{C}_l \sin \phi}{8\pi^2} \left(\frac{2}{m^* \zeta}\right) V_r^2 \frac{1}{f^*} \quad (2.2.47)$$

Como pode ser visto em Bearman [16], para oscilações de um cilindro em ar, onde m^* é da ordem de 10^3 , a frequência de oscilação deve ser próxima à frequência natural do sistema. Para um fluido mais denso, tal como a água, onde m^* é da ordem da unidade, a frequência de oscilação pode ser apreciavelmente diferente da frequência natural. Além disto, analisando as expressões acima, verificamos mais uma vez o importante papel do ângulo de fase no valor da amplitude máxima. A amplitude da resposta do sistema não depende de C_l apenas, mas da parte deste coeficiente em fase com a velocidade do corpo ($C_l \sin \phi$). Analisando a expressão para a amplitude, podemos também verificar sua dependência com o parâmetro m^* . Quanto maior ele for, menores serão as amplitudes máximas esperadas.

Investigando VIV em um cilindro montado em base elástica, Scruton definiu um parâmetro proporcional a $m^* \zeta$, o qual veio a ser conhecido por número de Scruton:

$$S_c = \frac{\pi}{2} (m^* \zeta) \quad (2.2.48)$$

Analisando um modelo de esteira através da utilização da equação de van der Pol, Griffin [11] também chegaram a um parâmetro similar

$$S_G = 2\pi^3 S_i^2 (m^* \zeta) \quad (2.2.49)$$

Na figura 8 são apresentados resultados experimentais da variação de A/D com $m^* \zeta$ utilizando-se uma escala monolog, reproduzida do artigo de Khalak e Williamson [17].

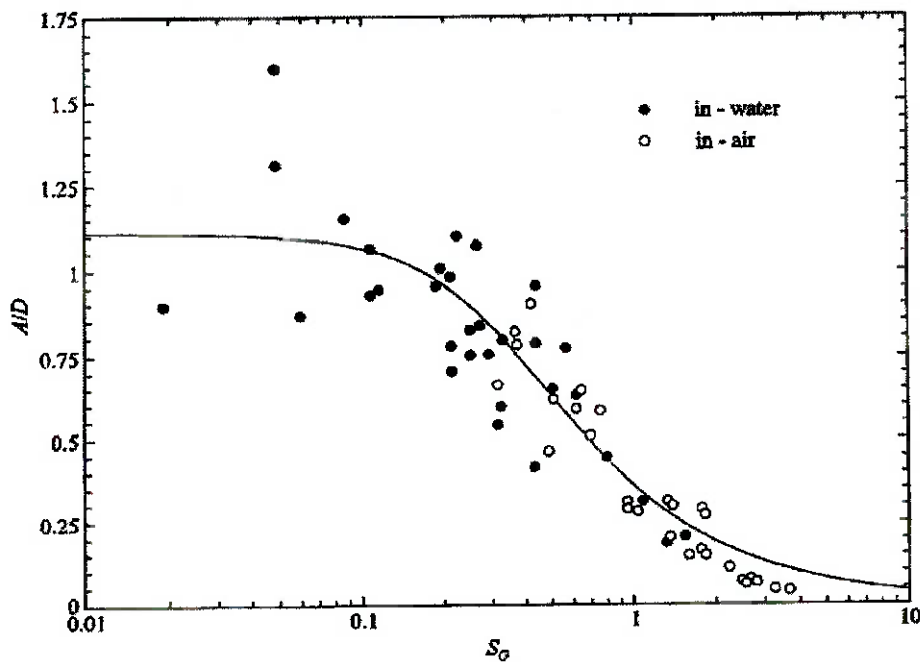


Figura 9 : Dependência da amplitude com o parâmetro SG. Reproduzida de Khalak e Williamson [17]

No entanto, Sarpkaya [20] mostrou que a resposta é governada independentemente por m^* e ζ . Ele apresentou como evidência a sustentar esta hipótese resultados experimentais com três pares de dados com valores pequenos e distintos de amplitude de resposta, cada par com valores de SG similares mas diferentes valores de m^* . Sarpkaya observou uma influência consideravelmente maior de m^* nos resultados. Zdravkovich [21] também prefere a utilização de uma análise independente da influência de m^* e ζ na amplitude de oscilação. Ele

afirma que o SG é útil em problemas de engenharia de vento, onde $m^* > 100$, mas para problemas de tecnologia marítima, nos quais $m^* < 10$, devemos utilizá-lo com cautela. A análise da Figura 8 corrobora esta hipótese, já que existe uma dispersão considerável de resultados para ensaios em água e com $SG < 1$.

A questão que ainda intriga muitos pesquisadores diz respeito à máxima amplitude de oscilação. Na Tabela 1 abaixo, reproduzida de Khalak e Williamson, estão compilados resultados experimentais e numéricos obtidos em laboratórios diversos e utilizando diferentes métodos numéricos. Em todos os casos, o fluido era água e o coeficiente $m^*\zeta < 0.2$. A análise da tabela mostra claramente que mesmo os resultados experimentais com Reynolds elevado indicam uma dispersão muito grande para o valor de A_{max}/D na faixa de $0.8 < A^* < 1.5$.

Investigators	Year	Medium	Reynolds number	$m^*\zeta$	Peak (A/D)
<i>(A) Elastically mounted rigid cylinders</i>					
Angrilli <i>et al.</i>	1974	Water	2500-7000	0-049	0-54
Dean <i>et al.</i> ¹	1977	Water	2800-10200	0-0055	0-94
Moe & Overvik	1982	Water	6000-30000	0-013	1-09
Anand & Torum ²	1985	Water	6500-35000	0-0132	1-07
Sarpkaya	1995	Water	6000-35000	0-052	0-95
Fujarra <i>et al.</i>	1998	Water	14410-50380	0-036	1-01
Gharib <i>et al.</i>	1998	Water	11000-40000	0-094	0-84
Vikestad	1998	Water	50000-100000	0-012	1-13
Hover <i>et al.</i> ³	1998	Water	3800	0-04	0-80
<i>(B) Cantilevers</i>					
Vickery & Watkins ^{4,5}	1964	Water	7000	0-0162	1-46
King ⁵	1974	Water	6000-22500	0-032	1-60
Pescé & Fujarra ⁵	1999	Water	6000-40000	0-016	1-32
<i>(C) Forced oscillations (Amplitude limit of positive excitation)</i>					
Mercier	1973	Water	2000-33000		1-10
Sarpkaya	1978	Water	5000-25000		0-90
Hover <i>et al.</i> ³	1998	Water	3800		0-82
<i>(D) Low-Re experiments</i>					
Anagnostopoulos & Bearman	1992	Water	90-150	0-179	0-55
<i>(E) Direct numerical simulation (DNS)</i>					
Blackburn & Karniadakis ⁶	1993	2-D code	200	0-012	0-64
Newman & Karniadakis ⁶	1996	2-D code	100	0-00	0-65
Shiels <i>et al.</i>	1998	2-D code	100	0-00	0-59
Fujarra <i>et al.</i>	1998	2-D code	200	~ 0-015	0-61
Evangelinos & Karniadakis	1998	3-D code	1000	0-00	0-74
<i>(F) Large-Eddy-Simulation (LES)</i>					
Saltara <i>et al.</i>	1998	2-D code	1000	0-013	0-67

Tabela 1 : Coletânea de resultados de amplitude máxima de oscilação para um cilindro montado em base elástica. Reproduzida de Khalak e Williamson [17]

O mais intrigante ocorre quando estes resultados experimentais são comparados com resultados de simulações numéricas: diversas pesquisas utilizando CFD, subestimam o valor da amplitude máxima consideravelmente. Existe uma concordância dos resultados numéricos apenas quando os comparamos aos resultados experimentais de Anagnostopoulos e Bearman.

Os experimentos destes pesquisadores ocorreram no intervalo $90 < Re < 150$, e forneceram uma amplitude máxima de oscilação $A_{max}/D = 0.55$. Esta evidência, aliada ao fato da maioria das simulações terem sido realizadas com valores baixos de Reynolds ($Re < 1000$), nos leva a concluir que existe uma dependência do valor de amplitude máxima de oscilação com o valor de Re . Esta dependência ocorre mesmo na faixa na qual o número de Strouhal é constante, i.e. $180 _ 200 < Re < 5 \times 10^5$. No entanto, deve ser ressaltado que o valor de $m^*\zeta$ nos experimentos de Anagnostopoulos e Bearman [22] era consideravelmente alto ($m^*\zeta = 0.179$). O fato de eles terem obtido amplitudes pequenas pode ser devido ao baixo número de Reynolds ou ao elevado valor de $m^*\zeta$.

Na Figura 9, os resultados experimentais obtidos por Parra e aqueles obtidos por Khalak e Williamson [17] são comparados com simulações numéricas bidimensionais obtidas por Saltara et al. [18] utilizando o método de volumes finitos com $Re = 200$ e com LES a $Re = 103$.

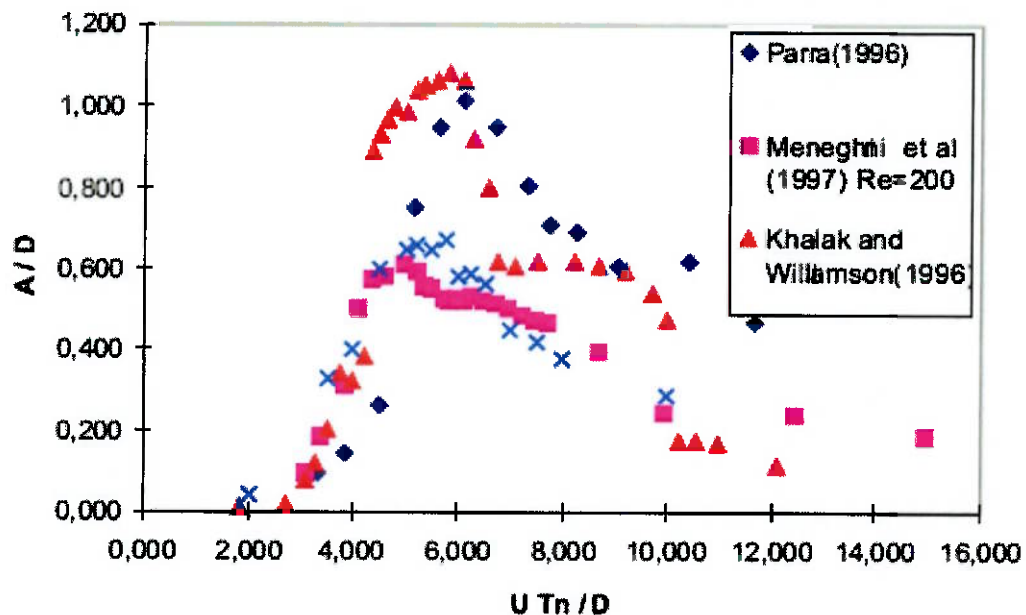


Figura 10 : Comparações de resultados experimentais obtidos por Meneghini [24], Khalak e Williamson [17] e Parra [23] com simulações numéricas obtidas por Saltara et al. com $Re = 200$ e com LES a $Re = 103$. Cilindro rígido em base elástica. Reproduzida de Saltara [18]

2.3. Métodos numéricos

Nessa seção são apresentados os modelos matemáticos aplicados ao problema de dinâmica de fluidos em questão, bem como algumas das técnicas computacionais utilizadas.

2.3.1. Método dos volumes finitos

O MVF foi desenvolvido para a análise de problemas complexos de Mecânica dos Fluidos. As equações são obtidas através da realização de balanços da propriedade em questão (seja ela massa, quantidade de movimento, entalpia, etc.) nos volumes elementares, ou volumes finitos, ou então; integrando sobre um volume elementar, no espaço e no tempo.

O fato das equações aproximadas representarem a conservação ao nível de volumes elementares vem do fato que a solução da equação diferencial (por exemplo: Equação de Navier-Stokes) representa a conservação da propriedade em nível de ponto (infinitesimal).

Para obter a solução é utilizado uma técnica de volume de controle que consiste na:

- Divisão do domínio contínuo em volumes de controles discretos usando a malha computacional;
- Integração das equações nos volumes de controle individuais para construir equações algébricas para as variáveis discretas dependentes, tais como: velocidades e temperatura;
- Linearização das equações discretas e solução do sistema de equações lineares resultante para produzir valores atualizados das variáveis independentes.

A integração das equações diferenciais será mostrada para um conjunto de equações unidimensionais, sendo que estas podem ser facilmente estendidas para o caso bidimensional ou tridimensional. Sejam as equações diferenciais unidimensionais para continuidade, quantidade de movimento e quantidade escalar ϕ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot u) = 0 \quad (2.3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot u^2) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + F \quad (2.3.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot u \cdot \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} + S_\phi \quad (2.3.3)$$

Essas equações podem ser integradas em relação ao volume de controle empregando o Teorema da Divergência:

$$\int_{\text{volum},y} \frac{\partial}{\partial x} (\rho \cdot u) dV = \int_A (\rho \cdot u) \cdot dA \quad (2.3.4)$$

A integração das equações acima nos dá os seguintes resultados:

$$\frac{M_p - M_p^0}{\Delta t} + \dot{M}_e - \dot{M}_w = 0 \quad (2.3.5)$$

$$\dot{M}_e \cdot u_e - \dot{M}_w \cdot u_w = -(p_e - p_w)A + \left[\frac{\mu_e}{\Delta x_e} (\mu_E - \mu_P) - \frac{\mu_w}{\Delta x_w} (\mu_P - \mu_W) \right] A + S_\phi \quad (2.3.6)$$

$$M_e \cdot \phi_e - M_w \cdot \phi_w = \left(\Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x_e} - \Gamma_w \frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta x_w} \right) A + S_\phi \cdot \Delta V \quad (2.3.7)$$

Essas equações obtidas são equações algébricas que podem ser resolvidas dado que as variáveis indeterminadas (u , p e ϕ) são interpoladas de uma maneira que relaciona seus valores nas faces do volume de controle aos valores no centro do volume de controle. O Procedimento de discretização se baseia no esquema ilustrado na figura abaixo:

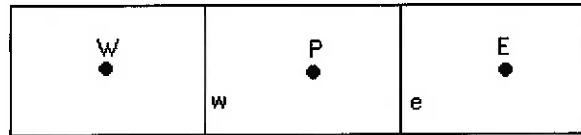


Figura 11 : Esquema dos volumes de controle para discretização

A solução das equações expressa acima requerem: o cálculo da pressão nas faces do volume de controle (p_e , p_w), que se determine o fluxo nas faces (M_e , M_w), e a interpolação para relacionar os valores nas faces com os valores das incógnitas (u e ϕ) com os valores nos centros dos volumes de controle.

Os fluxos nas faces são obtidos de tal forma que as velocidades nas faces obedecem a um balanço médio do momento. Já as pressões nas faces são obtidas de tal forma que as velocidades armazenadas no centro da célula obedece ao balanço de massa.

2.3.1.1. Funções de interpolação para MVF

Ao discretizar uma equação de transporte que possua termos convectivos não nulos aparecerá, na equação discretizada, valores de ϕ nas faces dos volumes de controle. Esses valores precisam ser interpolados entre os valores centrais dos volumes.

Tomando como exemplo um volume de controle unidimensional (direção x) e a seguinte equação de transporte:

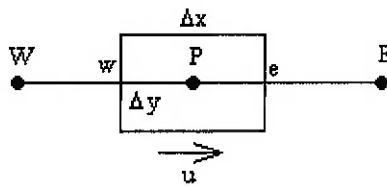


Figura 12: Volume de Controle unidimensional

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) \quad (2.3.8)$$

Integrando a equação acima no volume de controle resulta em:

$$M_e \cdot \phi_e - M_w \cdot \phi_w = D_e (\phi_E - \phi_P) + D_w (\phi_W - \phi_P) \quad (2.3.9)$$

onde:

Fluxos convectivos (vazão mássica):

$$M_e = \rho_e u_e \Delta y \quad (2.3.10)$$

$$M_w = \rho_w u_w \Delta y \quad (2.3.11)$$

Termos difusivos (viscosidade):

$$D_e = \Gamma_e \Delta y / \Delta x \quad (2.3.12)$$

$$D_w = \Gamma_w \Delta y / \Delta x \quad (2.3.13)$$

a) UpWind de 1ª ordem

A interpolação das variáveis nas faces é feita da seguinte forma:

$$\phi_e = \phi_P \text{ se } M_e > 0; \phi_e = \phi_E \text{ se } M_e < 0.$$

$$\phi_w = \phi_W \text{ se } M_w > 0; \phi_w = \phi_P \text{ se } M_w < 0.$$

A ordem de precisão deste método é de Δx (1ª ordem).

b) Power Law

O valor da face de uma variável, ϕ , é interpolado usando a exata solução de uma equação unidimensional convectiva-difusiva (6.8):

$$\frac{\phi(x) - \phi_0}{\phi_l - \phi_0} = \frac{\exp(Pe \cdot \frac{x}{L}) - 1}{\exp(Pe) - 1} \quad (2.3.14)$$

onde :

$$\phi_0 = \phi \quad \text{para } x = 0;$$

$$\phi_l = \phi \quad \text{para } x = L.$$

e Pe é o número de Peclet, dado por:

$$Pe = \frac{\rho \cdot L \cdot u}{\Gamma} \quad (2.3.15)$$

Para escoamentos onde se predomina a convecção (Pe elevado), o método Power Law se torna idêntico ao UpWind de 1ª ordem, gerando erros de 1ª ordem.

c) UpWind de 2ª ordem

Para esse método, os valores da variável nas faces são calculados ponderando os valores centrais dos volumes vizinhos:

$$\phi_e = \frac{3}{2}\phi_P - \frac{1}{2}\phi_E \quad (2.3.16)$$

$$\phi_w = \frac{3}{2} \phi_W - \frac{1}{2} \phi_P \quad (2.3.17)$$

Após a aproximação numérica, chega-se a uma matriz de coeficientes que geralmente apresenta alto índice de esparsidade, torna-se então fundamental escolher apropriadamente o método de solução do sistema linear, para que essa solução não leve um tempo exagerado.

Quando se utilizam malhas não estruturadas, cada volume pode ter um número diferente de vizinhos, o que origina matrizes com uma banda diagonal variável, e não matrizes tri, penta ou heptagonais quando se utilizam malhas estruturadas. Isto torna os métodos de solução de solução para sistema lineares mais elaborados.

d) Quick (Upwind de 3ª ordem)

Este método é o melhor método de interpolação disponível, por se tratar de uma interpolação de terceira ordem dos volumes adjacentes. Porém, devido a complexidade de certas geometrias a solução numérica pode demorar muito para convergir. Portanto, quando se utiliza este método às vezes é necessário mudar os fatores de sub-relaxação para que a solução converta mais rapidamente. Entretanto, isso pode causar instabilidade ao problema, logo deve ser utilizado com cautela.

2.3.1.2. Tratamento do Acoplamento Pressão-Velocidade

Um dos problemas mais complexos da Dinâmica dos Fluidos Computacional é a determinação do campo de velocidades, devido ao delicado acoplamento entre a pressão e a velocidade, e as não-linearidades presentes nas equações do movimento (equações da conservação da quantidade de movimento).

Cada uma das equações diferenciais deverá ser representada por um sistema de equações algébricas lineares. Teremos, portanto, um sistema de

sistemas de equações algébricas para ser resolvido. As equações aproximadas podem ser obtidas através de:

$$A_p \phi_p = \frac{M_p^0 \phi_p^0}{\Delta t} + \sum A_{nb} \phi_{NB} + S_c \Delta V \quad (2.3.18)$$

$$\text{onde } A_p = \sum A_{NB} - S_p \Delta V + \frac{M_p^0}{\Delta t} \quad (2.3.19)$$

para um volume elementar da seguinte forma:

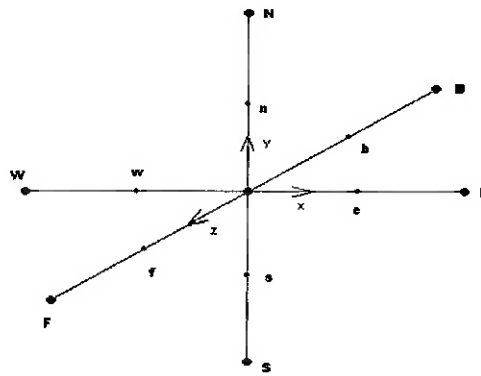


Figura 13 : Volume elementar

Para um escoamento tridimensional compressível, temos:

$$A_p u_p = A_e u_E + A_w u_W + A_n u_N + A_s u_S + A_f u_F + A_b u_B - L[P^u] \Delta V + B^u \quad (2.3.20)$$

$$A_p v_p = A_e v_E + A_w v_W + A_n v_N + A_s v_S + A_f v_F + A_b v_B - L[P^v] \Delta V + B^v \quad (2.3.21)$$

$$A_p T_p = A_e T_E + A_w T_W + A_n T_N + A_s T_S + A_f T_F + A_b T_B + B^T \quad (2.3.22)$$

$$\frac{M_p - M_p^0}{\Delta t} + \dot{M}_e - \dot{M}_w + \dot{M}_n - \dot{M}_s + \dot{M}_f - \dot{M}_b = 0 \quad (2.3.23)$$

$$p = p(\rho, T) \quad (2.3.24)$$

onde a última equação é a equação de estado, usada para o fechamento do problema, e u , v , w , p , T e ρ são as três componentes do vetor velocidade, a pressão estática, a temperatura e a massa específica.

A primeira decisão a ser tomada, ao se tentar resolver essas equações, é quanto à natureza da solução: segregada ou simultânea. A solução simultânea dos sistemas de equações algébricas cria uma única matriz, envolvendo todos os coeficientes e resolvendo todas as incógnitas, simultaneamente. O problema do acoplamento entre as variáveis desaparece, restando apenas as não-linearidades, que são consideradas resolvendo-se este grande sistema interativamente, atualizando-se a matriz dos coeficientes até a convergência.

Esta alternativa, no entanto, não é viável, uma vez que a dimensão da matriz resultante é fenomenal, apresentando um altíssimo índice de esparsidade. Por exemplo, em um problema tridimensional e incompressível com uma malha de 50.000 volumes, de porte médio, são 250.000 incógnitas, originando uma matriz com 62.500.000.000 elementos, dos quais apenas 0,0028% são não-nulos.

A alternativa viável é a solução segregada dos sistemas de equações, isto é, resolver os sistemas lineares um a um, atualizando os coeficientes. Na solução de cada sistema linear em particular, a prática é usar, também, métodos interativos de solução e não métodos diretos, pois os primeiros trabalham apenas com os não-zeros da matriz.

Ao se optar pela solução segregada, o problema dos acoplamentos entre as variáveis se destaca e, em CFD, um dos acoplamentos principais é o da pressão e velocidade.

A natureza segregada do processo de solução requer que cada variável tenha uma equação evolutiva para ser avançada. Pode-se perceber que para o nosso sistema de equações, as variáveis u , v , w e T podem ser avançadas pela equação do movimento em cada direção e pela equação da energia, respectivamente. Para avançar a pressão, as coisas não são tão claras assim e dependem de o escoamento ser compressível ou incompressível. Para cada um desses escoamentos existe uma formulação adequada para atacar o problema.

Método SIMPLE

O método SIMPLE (Semi IMPLICIT Linked Equations), desenvolvido por Patankar e Spalding, escreve a pressão como a soma da melhor estimativa da pressão disponível, p^* , mais uma correção p' que é calculada de maneira a satisfazer a equação da continuidade, ou seja, $p = p^* + p'$.

A seqüência de cálculo envolve dois passos distintos: no primeiro, as velocidades são corrigidas de maneira a satisfazer a equação da conservação de massa; e, no segundo, as pressões são avançadas, para completar o ciclo iterativo.

As equações para a correção das velocidades são obtidas a partir das equações do movimento. Se um campo de pressões p^* é introduzido nas equações (x,y,z) encontramos:

$$A_p u_p^* = A_e u_E^* + A_w u_W^* + A_n u_N^* + A_s u_S^* + A_f u_F^* + A_b u_B^* - L[P^*] \Delta V + B^u \quad (2.3.25)$$

$$A_p v_p^* = A_e v_E^* + A_w v_W^* + A_n v_N^* + A_s v_S^* + A_f v_F^* + A_b v_B^* - L[P^*] \Delta V + B^v \quad (2.3.26)$$

$$A_p w_p^* = A_e w_E^* + A_w w_W^* + A_n w_N^* + A_s w_S^* + A_f w_F^* + A_b w_B^* - L[P^*] \Delta V + B^w \quad (2.3.27)$$

Subtraindo as equações (2.3.25) a (2.3.27) das equações de movimento corretas (2.3.20) a (2.3.22), considerando os coeficientes e termos-fonte constantes, desprezando as diferenças $u-u^*$, $v-v^*$ e $w-w^*$, e reconhecendo que o operador [L] é o gradiente de pressão aproximado numericamente, encontramos as equações de correção das velocidades dadas por:

$$u_p = u_p^* - \frac{\Delta V}{A_p} \frac{\Delta p'}{\Delta x} \quad (2.3.28)$$

$$v_p = v_p^* - \frac{\Delta V}{A_p} \frac{\Delta p'}{\Delta y} \quad (2.3.29)$$

$$w_p = w_p^* - \frac{\Delta V}{A_p} \frac{\Delta p'}{\Delta z} \quad (2.3.30)$$

onde os coeficientes A_p são diferentes para cada direção.

Substituindo as equações (2.3.28) a (2.3.30), escritas para as interfaces, dadas por:

$$u_e = u_e^* - \bar{d}_e^u (p'_E - p'_P) \quad (2.3.31)$$

$$u_w = u_w^* - \bar{d}_w^u (p'_P - p'_W) \quad (2.3.32)$$

$$v_n = v_n^* - \bar{d}_n^v (p'_N - p'_P) \quad (2.3.33)$$

$$v_s = v_s^* - \bar{d}_s^v (p'_P - p'_S) \quad (2.3.34)$$

$$w_f = w_f^* - \bar{d}_f^w (p'_F - p'_P) \quad (2.3.35)$$

$$w_b = w_b^* - \bar{d}_b^w (p'_P - p'_B) \quad (2.3.36)$$

na equação da conservação de massa aproximada, dada por:

$$\dot{M}_e - \dot{M}_w + \dot{M}_n - \dot{M}_s + \dot{M}_f - \dot{M}_b = 0 \quad (2.3.37)$$

obtém-se uma equação de Poisson para p' , na forma:

$$A_p p'_P = A_e p'_E + A_w p'_W + A_n p'_N + A_s p'_S + A_f p'_F + A_b p'_B - \nabla \cdot \vec{V}^* \quad (2.3.38)$$

onde $\nabla \cdot \vec{V}^*$ é obtido aplicando a equação (3.96) ao vetor \vec{V}^* . Os coeficientes da equação (3.97) são dados por:

$$A_e = \left((\Delta y \Delta z) \bar{d}_e^u \right)_e \quad (2.3.39)$$

$$A_w = \left((\Delta y \Delta z) \bar{d}_w^u \right)_w \quad (2.3.40)$$

$$A_n = \left((\Delta x \Delta z) \bar{d}_n^u \right)_n \quad (2.3.41)$$

$$A_s = \left((\Delta x \Delta z) \bar{d}_s^u \right)_s \quad (2.3.42)$$

$$A_f = \left((\Delta x \Delta y) \bar{d}_f^u \right)_f \quad (2.3.43)$$

$$A_b = \left((\Delta x \Delta y) \bar{d}_b^u \right)_b \quad (2.3.44)$$

E, por sua vez:

$$\bar{d}_e^u = \left(\frac{(\Delta y \Delta z)}{A_p} \right)_e \quad (2.3.45)$$

enquanto as expressões para os outros \bar{d} podem ser facilmente obtidas por comparação.

Obtido p' , as velocidades $u_e, u_w, v_n, v_s, w_f, w_b$ são corrigidas, obtendo-se um campo de velocidades que satisfaz a equação da conservação da massa. O segundo passo é agora realizado, ou seja, a pressão p é obtida através de

$$p = p^* + p' \quad (2.3.46)$$

Para o novo ciclo iterativo, p^* é feito igual ao novo p e um novo campo de velocidades estimado é calculado, dando-se seqüência ao mesmo processo, até obter-se a convergência dentro de parâmetros estipulados.

Pode-se dizer que a equação (2.3.46) não tem uma fundamentação física que a suporte. Ela não é obtida nem a partir da equação da conservação da massa nem da equação da conservação da quantidade de movimento. É apenas uma maneira simples de avançar os valores de p . A pressão p' tem um significado físico muito forte nas equações (2.3.28) a (2.3.30), mas não o tem na equação (2.3.46). Esta é a razão por que é necessário aplicar um coeficiente de sub-relaxação severo em p' , do tipo:

$$p = p^* + \alpha p' \quad (2.3.47)$$

para que se possa obter a convergência do sistema de equações. O ciclo iterativo completo para resolver o acoplamento pressão-velocidade usando o método SIMPLE é o seguinte:

1. Estimar os campos de velocidades e pressão (p^*).
2. Calcular os coeficientes das equações do movimento para u, v e w .
3. Resolver as equações do movimento, usando p^* , obtendo u^*, v^* e w^* .

4. Resolver a equação (3.97) e obter p' .
5. Corrigir u^* , v^* e w^* , obtendo o campo de velocidades que satisfaz a equação da continuidade.
6. Calcular p através da equação (3.105) ou (3.106).
7. Resolver as equações de conservação para outras variáveis, tais como, temperatura, concentração de massa, etc.
8. Fazer $p^* = p$ e recomeçar no item (2) até a convergência.

Um detalhe importante do método SIMPLE de acoplamento pressão-velocidade, que usa equações de correção de velocidades, é que a solução do problema não depende das equações de correção, uma vez que as mesmas são equações auxiliares e não fazem parte do sistema de equações que está sendo resolvido. A influência das mesmas está na taxa de convergência. Por esta razão, é aconselhável ter uma equação de correção originária das equações que queremos resolver.

Uma das vantagens do método SIMPLE é o fato de não ser necessária a solução de um sistema linear para determinar a pressão. Entretanto, a velocidade de convergência é pequena.

Método SIMPLEC

O método SIMPLEC (SIMPLE Consistente) tem o procedimento quase idêntico ao SIMPLE, diferindo nas equações de correção de velocidades. No método SIMPLEC, não são desprezadas as diferenças $u-u^*$, $v-v^*$ e $w-w^*$, como no SIMPLE. Tomando a velocidade u como exemplo, considere :

$$A_p u_p^* = \sum A_{nb} u_{NB}^* - L [P^{u^*}] \Delta V + B^u \quad (2.3.48)$$

$$A_p u_p = \sum A_{nb} u_{NB} - L [P^u] \Delta V + B^u \quad (2.3.49)$$

Subtraindo a Eq. (2.3.48) da Eq. (2.3.49), encontra-se:

$$A_p u_p' = \sum A_{nb} u_{nb}' - L[P^{u'}] \Delta V + B^{u'} \quad (2.3.50)$$

No método SIMPLE, u_{nb}' é desprezado. No método SIMPLEC, para tornar mais robusta a equação de correção das velocidades, é subtraído de ambos os lados da Eq. (2.3.50) o termo $\sum A_{nb} u_p'$, resultando em:

$$A_p u_p' - \sum A_{nb} u_p' = \sum A_{nb} (u_{nb}' - u_p') - L[P^{u'}] \Delta V \quad (2.3.51)$$

Agora, desprezam-se as diferenças das variações, ficando a equação de correção das velocidades como:

$$u_p = u_p^* - \frac{L[P^{u'}] \Delta V}{A_p - \sum A_{nb}} \quad (2.3.52)$$

$$\text{ou } u_p = u_p^* - \bar{d}_e^u L[P^{u'}] \Delta x \quad (2.3.53)$$

A diferença entre o SIMPLEC e o SIMPLE está apenas na expressão do \bar{d}_e^u , em cujo denominador, agora, aparece a diferença entre o A_p e $\sum A_{nb}$, e não apenas o A_p , como no método SIMPLE. Tal efeito evita a severa sub-relaxação em p' , necessária no método SIMPLE para obter-se a convergência.

As expressões para as velocidades nas interfaces para o método SIMPLEC são, portanto, as mesmas do método SIMPLE com \bar{d} modificado. Todo o procedimento é idêntico.

2.3.1.3. Malha Computacional

Existem vários métodos numéricos utilizados para a resolução de problemas em CFD. Entre eles estão o método das diferenças finitas, método de elementos finitos, método espectral e método dos volumes finitos, sendo este último utilizado nas simulações deste trabalho. Todos estes métodos têm caráter "euleriano", isto é, a análise é focada num espaço fixo em relação ao sistema de coordenadas adotado, e não na partícula.

Desse modo, é necessário que se discretize o domínio do problema a fim de aplicarmos o método de resolução. É nisso que consiste a geração de malhas, da discretização do domínio em vários elementos de forma geral pré-determinada, com a finalidade de estabelecer a posição dos pontos (nós) para os quais serão calculadas as soluções pretendidas. A geração de malhas, a determinação das condições de contorno e condições iniciais e o ajuste dos parâmetros de solução constituem o que se costuma chamar de pré-processamento do problema.

A fase de geração de malhas é muito importante na medida em que a geração de uma malha válida num domínio com uma geometria complexa não é uma operação trivial e pode ter um custo bastante grande em termos de tempo de processamento. Além do mais, a criação de uma malha coerente com as características físicas do problema considerado é crucial, porque a qualidade da solução computada está fortemente relacionada com a qualidade da malha.

2.3.1.4. Noções gerais relativas a malhas

Uma malha de um domínio, Ω , é definida por um conjunto, T_h , que consiste de um número finito de segmentos em uma dimensão, segmentos, triângulos e quadriláteros em duas dimensões e os elementos anteriores mais tetraedros, pentaedros e hexaedros em três dimensões. Os elementos, K , de tal malha devem satisfazer a um certo número de propriedades que serão introduzidas a seguir. A primeira diz respeito à *conformidade*, de acordo com a definição:

T_h é uma malha conforme de Ω se as seguintes condições são satisfeitas:

1. $\bar{\Omega} = \cup_{K \in T_h} K$
2. Todos os elementos de T_h têm interior de área (no caso bidimensional) ou volume (no caso tridimensional) não nulos
3. A interseção de dois elementos quaisquer de T_h se enquadra em um, e apenas um, dos seguintes casos:
 - conjunto vazio
 - um ponto comum aos dois elementos

- uma aresta comum aos dois elementos
- uma face comum aos dois elementos

Se T_h é uma malha conforme, então dizemos que ela representa Ω de maneira conforme quanto a aspectos geométricos. Na prática, T_h é um particionamento de Ω , tão preciso quanto possível. Quando Ω não é um domínio poligonal (ou poliedral), T_h será apenas uma discretização aproximada do domínio.

Os elementos constituintes de uma malha devem geralmente satisfazer algumas propriedades específicas:

Propriedades geométricas

- A variação dimensional entre dois elementos adjacentes tem que ser progressiva e descontinuidades de elementos para elementos não podem ser muito abruptas.
- A densidade de elementos em regiões de gradientes elevados de alguma grandeza envolvida no problema deve ser alta.
- Quando os elementos são do tipo triangular, deve-se evitar a presença de ângulos obtusos nos elementos.
- Os elementos devem se adequar às características anisótropicas do problema.

Estruturação da Malha

Essas propriedades estão fortemente ligadas aos aspectos físicos do problema em consideração. A configuração geral e individual dos elementos deve ser definida de acordo com o comportamento do problema.

Existem numerosos algoritmos para a construção de malhas bidimensionais e tridimensionais. A escolha do método está fortemente ligada à geometria do domínio considerado. As malhas geradas podem ser agrupadas em duas classes principais: *malhas estruturadas* e *malhas não-estruturadas*. Uma malha é chamada de estruturada se sua conectividade é do tipo de diferenças finitas. Uma

malha é chamada de não-estruturada se sua conectividade é de qualquer outro tipo. Por *conectividade* de uma malha entendemos a definição da conexão entre seus vértices, em outras palavras, a conexão entre os nós globais de uma malha e os nós locais de cada elemento da malha.

Elucidando melhor os conceitos: para uma malha estruturada, a conectividade entre os nós é do tipo (i, j, k) , isto é, assumindo que índices de um certo nó sejam (i, j, k) , seu vizinho esquerdo terá os índices $((i-1), j, k)$ e seu vizinho direito terá os índices $((i+1), j, k)$. Este tipo de malha é mais apropriado para geometrias simples e simétricas, tais como configurações quadrilaterais e hexaedrais. Para geometrias mais complexas, é necessário um tratamento especial para que este tipo de estruturação seja concebido. O presente trabalho lida com simulações que utilizam malhas não estruturadas, que por sua vez apresentam menos restrições geométricas, mas tem um custo computacional maior.

Informação contida em uma Malha

Uma malha tem que ser descrita de acordo com a sua aplicação. No caso de simulações de escoamentos externos, que é o que ocorre neste trabalho, são necessárias as definições de objetos sólidos e da zona fluida que os circunda. Nesta definição deverão estar contidas todas as informações necessárias considerando os vários passos na computação. Estas informações incluem geometria, condições de contorno. Elas podem ser agrupadas em três tipos:

➤ Informação geométrica:

Aqui se incluem a descrição da malha, ou seja, como seus elementos cobrem o domínio, e uma espécie de histórico que contenha toda a informação previamente utilizada na construção dos elementos. Também tem que estar descrito o tipo de elemento (segmento, triângulo, quadrilátero, tetraedro, pentaedro, hexaedro ou outro).

A maneira prática da descrição da malha se constitui na listagem dos vértices dos elementos, a conectividade, as coordenadas dos vértices e a

topologia, que é a descrição das arestas e faces de um elemento pelos seus vértices.

➤ **Informações necessárias ao processamento:**

Encontram-se aqui agrupados os dados para computação das matrizes, solução dos sistemas e visualização dos resultados. Estas informações variam de acordo com o algoritmo numérico utilizado para a resolução do problema. Exemplos são o número e a lista dos nós dos elementos.

É preciso frisar que os nós e os vértices de um elemento podem coincidir ou não. Podem existir nós intermediários localizados nas arestas, faces ou interior do elemento. Convencionou-se então uma ordem de numeração, de modo a simplificar a representação dos elementos. A seguir são dados quatro exemplos de elementos triangulares, com os respectivos nós numerados e indicados:

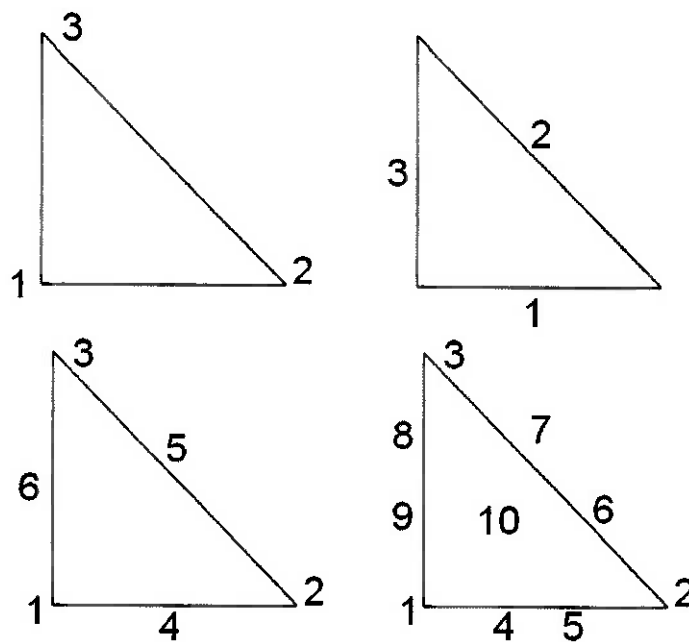


Figura 14 : Elementos triangulares com diferentes configurações de nós

➤ **Informações físicas:**

Nesta classificação estão as condições iniciais e de contorno e caracterização física dos elementos (material e propriedades, por exemplo).

2.3.2. Método das Fronteiras Imersas

Em praticamente todas as aplicações práticas de CFD (Dinâmica dos Fluidos Computacional), consideram-se fronteiras sólidas com geometrias relativamente complexas. No caso de fronteiras estacionárias, há diversas formas de lidar com o problema. Uma delas consiste no uso de malhas estruturadas ou não estruturadas para descrever a geometria da fronteira desejada.

A principal vantagem desse tipo de abordagem é que a fronteira e suas condições de contorno são bem definidas. Todavia, o uso de coordenadas generalizadas, quando resolvido através de diferenças finitas, requer a alocação na memória ou o recálculo das matrizes de transformação de coordenadas (Jacobianos). Além disso, os termos adicionais que aparecem nas equações governantes nesse processo de transformação de coordenadas implicam em um aumento considerável do custo computacional.

A geração da malha deve ser executada com grande cuidado, pois não-uniformidades na malha retardam a taxa de convergência em grande parte dos solvers iterativos e células computacionais degeneradas podem, pelo menos localmente, aumentar drasticamente os erros numéricos. Além disso, ao se considerar fronteiras móveis, deve-se regenerar a malha de acordo com o movimento da fronteira, o que implicaria em grande aumento do custo computacional, ou utilizar o conceito de overlapping (superposição de malhas), o que resultaria em perdas de acurácia devido às interpolações necessárias.

Utilizando-se uma formulação baseada em volumes finitos, podemos evitar os problemas associados às transformações de coordenadas. Porém, nesses tipos de solver, a ordem de acurácia da discretização não pode ir além de dois sem que haja um considerável aumento de esforço computacional. Utilizando-se malhas cartesianas uniformes, a implementação de discretizações de ordem elevadas não é tão complicada, o solver pode demonstrar grande eficiência e os erros adicionais provocados por baixa qualidade da malha são evitados. Porém, o tratamento das fronteiras é mais complexo, exigindo métodos especiais para especificação das condições de contorno para atingir maiores ordens de acurácia.

Uma aproximação de baixa ordem que pode ser utilizada consiste no blocking, em que células computacionais parcialmente ou totalmente preenchidas com sólido têm todas as variáveis pré-definidas, sendo então excluídas do processo de solução. Apesar de ser muito eficiente do ponto de vista computacional, esse método nos fornece apenas uma aproximação de primeira ordem (linear por partes) da superfície.

Para melhorar esse método, pode-se considerar a utilização de extrapolação de ordem mais elevada da região de escoamento até as células bloqueadas. Porém, esse tipo de abordagem possui algumas limitações relacionadas à conservação da massa e resolução insuficiente da malha. Como caminho alternativo, pode-se utilizar uma abordagem baseada no conceito de Volume de Fluido, denominado Volume of Solid (VOS). Nesse método, um dos fluidos é substituído por um sólido utilizando-se uma viscosidade infinita para essa fase. Nas proximidades da superfície do objeto a viscosidade do fluido é alterada de acordo com a fração volumétrica local de sólido nas células cortadas pela superfície do objeto.

Os métodos para descrição de fronteiras complexas móveis não-deformáveis podem ser divididos em três grupos principais de acordo com a estrutura de malha aplicada. Pode-se utilizar uma combinação de malhas móveis e estacionárias superpostas, ou seja, o ambiente é descrito através de uma malha estacionária e o objeto associado a uma malha móvel. A grande vantagem desse método é a facilidade de estabelecer as condições de contorno do objeto e a grande desvantagem está associada aos problemas numéricos no transporte de informações entre as malhas, reduzindo a eficiência computacional e mesmo a acurácia dos resultados numéricos se comparado com a abordagem de uma única malha estacionária. Além disso, esse método não poderia ser aplicado a objetos deformáveis.

Utilizando-se o método Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE), é necessária apenas uma malha que se deforma com o movimento do objeto. Novamente, a principal vantagem está na facilidade de estabelecer as condições de contorno,

com a desvantagem de permitir grandes erros, no mínimo localmente, caso a malha não seja gerada com grande cuidado.

Substituindo as fronteiras por fontes de quantidade de movimento, temos os métodos de “domínio fictício” ou “fronteira virtual (ou imersa)”, que podem ser vantajosos quando tanto a fronteira estacionária quanto a móvel são descritas em malhas cartesianas.

Uma vez que a fronteira existe apenas como parte da solução numérica das equações, não é necessária a regeneração da malha com o movimento do objeto, apesar de haver um aumento do tempo computacional devido à resolução de equações adicionais de fronteira. Além disso, as forças atuantes no objeto são diretamente disponíveis, eliminando custos computacionais associados ao movimento do objeto, facilitando assim o estudo da interação fluido-objeto.

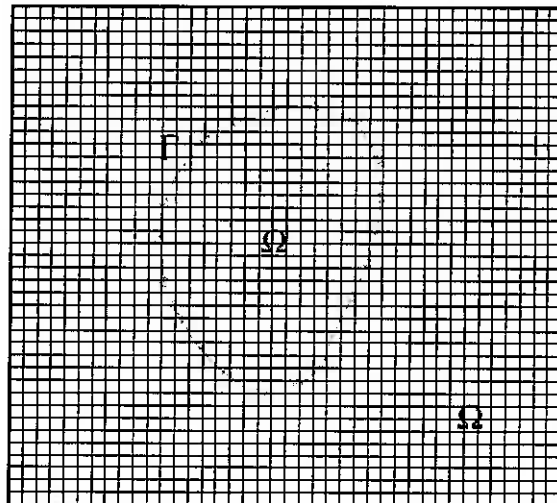


Figura 15 : Domínio Fluido (Ω) e a Fronteira Imersa (Γ)

Esse método origina de estudos realizados por Peskin [27], que aplicou essa abordagem no estudo do escoamento de sangue através de uma válvula cardíaca. Recentemente, um método de fronteira imersa com acurácia de segunda ordem foi apresentado por Lai [25] e Peskin. Outras contribuições para a área foram realizadas por Zaleski, Trygvasson, Glowinski e Shyy, apud Peskin [27]. A principal diferença entre as diferentes abordagens reside na implementação das

técnicas e não nos princípios básicos. Portanto, a abordagem de maneira geral é a mesma, mas os métodos para a determinação da magnitude das fontes são diferentes.

A idéia é de determinar o efeito do objeto sobre o fluido adicionando termos fonte às equações de quantidade de movimento. No método proposto por Glowinski et al. apud Peskin [27]., a descontinuidade é considerada diretamente relacionada com o gradiente de pressão. Goldstein et al. apud Peskin [27], por sua vez, desenvolveu um método baseado nos mesmos princípios utilizados na teoria de controle de sistemas, ou seja, o cálculo dos termos fonte inclui uma parte integrada e uma parte diretamente proporcional à velocidade:

$$F_i(x_i, t) = \alpha \int_0^t u_i(x_i, \tau) d\tau + \beta u_i(x_i, t) \quad (2.3.54)$$

onde α e β são constantes. Essa abordagem foi utilizada por Salki e Biringen, apud Peskin [27] no estudo de escoamentos ao redor de cilindros e os resultados obtidos se correlacionam bem com resultados experimentais, tanto para cilindros estacionários quanto para cilindros com oscilação. Fadlun et al. apud Peskin [27] compararam esse método com o de Modh-Yusof apud Peskin [27], que tem a vantagem de não exigir valores prévios de constantes, sendo a magnitude da força baseada diretamente do balanço de quantidade de movimento no escoamento:

$$\frac{u_i^{l+1} - u_i^l}{\Delta t} = RHS^{l+1/2} + F_i^{l+1/2} \quad (2.3.55)$$

$$F_i^{l+1/2} = -RHS^{l+1/2} + \frac{V_i^{l+1} - u_i^l}{\Delta t} \quad (2.3.56)$$

onde RHS contém os termos convectivos, de pressão e viscosos e V_i é a velocidade da fronteira. Essa abordagem é bastante similar à de Goldstein no que se refere à determinação do termo fonte (equação 3.113), mas difere na maneira com que as forças são distribuídas na superfície ao fluido ao redor.

2.3.2.1. Formulação numérica e matemática

As equações que governam o escoamento isotérmico e incompressível de um fluido Newtoniano podem ser escritas da seguinte maneira:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.3.57)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \Phi_i \quad (2.3.58)$$

O sistema de equações se comporta bem se as d condições são impostas em todas as fronteiras, onde d é a dimensão do problema. No caso de paredes sólidas, geralmente utiliza-se a condição de não-escorregamento (princípio da aderência) que iguala a velocidade local do fluido à velocidade da fronteira no mesmo ponto.

Para objetos não-sólidos, deve haver um balanço de tensões e como as condições de contorno podem ser dadas de maneira implícita, as mesmas devem ser determinadas como parte da solução. À montante e à jusante, o vetor velocidade e o seu gradiente, respectivamente, são geralmente conhecidos.

Normalmente, as forças Φ_i são nulas, mas em alguns casos em que fronteiras são substituídas por uma distribuição de forças na superfície da fronteira, a força Φ_i é computada nas fronteiras para satisfazer as condições de contorno locais, e é portanto não-nula.

Considerando uma fronteira na forma de uma superfície fechada Γ com a parametrização da superfície dada por $X_i(S_1, t)$, a força no campo de escoamento pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\Phi_i(x_j, t) = \int_{\Gamma} F_i(s_j, t) \delta(x_j - X_j) ds_1 ds_2 \quad (2.3.59)$$

Onde F_i é a força na superfície e δ é a função delta de Dirac tridimensional. Essa singularidade no campo de escoamento afeta evidentemente nos valores numéricos envolvidos na solução das equações, como será discutido a seguir.

As equações de Navier Stokes incompressível são discretizadas em um sistema de malhas cartesianas localmente refinadas e as variáveis dependentes são definidas em uma malha estática. A vantagem desse arranjo está no fato do sistema exigir três condições de contorno em todos os pontos da fronteira. Os diferentes termos das equações de quantidade de movimento e continuidade são aproximados por diferenças finitas. Pode-se utilizar qualquer ordem para o método de diferenças finitas, mas para ordens acima de dois, condições de contorno adicionais devem ser especificadas.

O uso de baixas ordens de acurácia (primeira ordem para os termos convectivos e segunda ordem para os demais) implicam em uma elevada dissipação numérica. Por outro lado, a utilização de ordens de acurácia elevadas (terceira ordem para termos convectivos e quarta ordem para os demais) implicam em um solver menos robusto com uma taxa de convergência consideravelmente mais lenta. Com o intuito de combinar eficiência numérica com alta ordem de acurácia, introduzimos os termos de alta ordem como sendo corretores de defeitos "single-step". A integração temporal é feita através de um esquema implícito de três camadas. Em cada time-step, o sistema de equações é resolvido de maneira iterativa utilizando-se um solver de malhas múltiplas.

O esquema de relaxação consiste na relaxação por pontos das equações de quantidade de movimento combinada com uma suavização por ponto da equação de continuidade. O próximo passo é a correção do vetor de velocidade e da pressão de maneira que os resíduos das equações de quantidade de movimento não mudem quando a equação de continuidade for satisfeita.

A idéia básica por trás do método das fronteiras é que as forças exercidas no objeto pelo escoamento sejam iguais às forças exercidas no fluido pelo objeto. O método é baseado no trabalho de Revstedt [26] e inclui os seguintes passos:

➤ **Discretização da superfície.**

Uma malha 2D é gerada na superfície do objeto de modo que o elemento da malha seja menor que o da malha computacional.

Cálculo da velocidade da fronteira: a velocidade em cada nó da malha superficial é determinada a partir das velocidades dos nós da malha computacional ao redor do nó em questão.

Determinação das forças na fronteira: as forças na fronteira são calculadas a partir da diferença entre a velocidade obtida no passo 2 e a condição de contorno.

➤ **Distribuição do campo de forças.**

As forças resultantes são distribuídas de volta à malha computacional e serão incluídas como termos fonte nas equações de quantidade de movimento. A velocidade na fronteira pode ser obtida por média ou interpolação.

Pode-se utilizar, por exemplo, polinômios Lagrangeanos tridimensionais baseados na fórmula de interpolação de Ericsson e Fuchs:

$$u_i^f = \sum_{r=1}^{n+1} \sum_{s=1}^{n+1} \sum_{t=1}^{n+1} \left(\prod_{k=1, k \neq r}^{n+1} \frac{\xi - \xi_k}{\xi_r - \xi_k} \right) \left(\prod_{m=1, m \neq s}^{n+1} \frac{\eta - \eta_m}{\eta_s - \eta_m} \right) \left(\prod_{p=1, p \neq t}^{n+1} \frac{\zeta - \zeta_p}{\zeta_t - \zeta_p} \right) u_{rst} \quad (2.3.60)$$

Esses polinômios podem ser tanto centrados ao redor da fronteira (interpolação) ou terminar na fronteira (extrapolação), sendo a última proposta mais adequada. Há duas razões para isso. Primeiramente, o fato de utilizar interpolação de ordem elevada não necessariamente oferece alta acurácia. Quando a solução converge, há uma descontinuidade do perfil de velocidades devido ao princípio da aderência, mas como as diferenças finitas são calculadas na fronteira, isso não ocorre na realidade. Além disso, do ponto de vista físico, é mais interessante utilizar velocidades nos nós exteriores à superfície do objeto. Apesar das equações serem resolvidas em todo o domínio, o escoamento no interior do objeto não possui significado físico e, portanto, não deveria afetar diretamente a velocidade da superfície.

As contribuições de forças de superfície são calculadas a partir da diferença entre a velocidade da fronteira calculada u_i^f e a condição de contorno u_i^b , de acordo com as relações abaixo:

$$\Delta F_i = \frac{\alpha}{h^2} (u_i^f - u_i^b) = \alpha \frac{\delta u_i}{h^2} \quad (2.3.61)$$

$$F_i^{n+1} = F_i^n + \Delta F_i^{n+1} \quad (2.3.62)$$

onde α é um parâmetro de relaxação e n é o número da iteração. Portanto, nas proximidades do objeto, os efeitos viscosos são dominantes no escoamento, o que pode ser observado se a resolução da malha for suficiente.

Como foi dito anteriormente, a fronteira representa uma descontinuidade no escoamento e a força exercida pode ser descrita através de uma função de Dirac. Obviamente, essa força não pode ser representada diretamente na malha computacional e uma função de distribuição deve ser utilizada para transportar as forças de volta à malha computacional. Para isso, é utilizada a abordagem de Revstedt [26], em que uma função de distribuição Gaussiana é aplicada.

Com o uso da aproximação Gaussiana, os termos fonte nas equações de quantidade de movimento podem ser escritas da seguinte forma:

$$\Phi_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N G_{F_k} F_i \quad (2.3.63)$$

onde N é o número de contribuições da malha superficial em um determinado ponto da malha e G_F é a função de distribuição Gaussiana:

$$G_{F_k} = \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi})^3} e^{-(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)/2\sigma^2} \quad (2.3.64)$$

onde o desvio padrão σ é da ordem do tamanho de um elemento da malha computacional. Quanto à velocidade da fronteira, a distribuição de termos fonte pode ser feita em um ou nos dois lados da fronteira. Novamente, os dois métodos podem ser aplicados, mas seguindo a mesma linha de raciocínio utilizada para a

velocidade, a força deve ser distribuída apenas no interior do corpo, não afetando assim o campo de escoamento de interesse.

Como foi notado por Revstedt [26], a taxa de convergência desse método não é das melhores, o que já era esperado visto que ao invés de ter apenas um processo iterativo (resolver o campo de escoamento), deve-se também resolver iterativamente a forma da fronteira. Uma outra explicação vem do fato que esse método de forças introduz componentes de erro de alta frequência de grandes amplitudes no campo de escoamento à medida que a convergência é obtida.

2.3.2.2. Exemplo de aplicação

O método foi utilizado por Ming Chih Lai [25] para simular o escoamento ao redor de um cilindro. Foram analisados os escoamentos para alguns números de Reynolds: $Re = 20; 40; 80; 100$ e 150 . As configurações geométricas no domínio computacional e a associação física das condições de contorno são mostradas na figura 15.

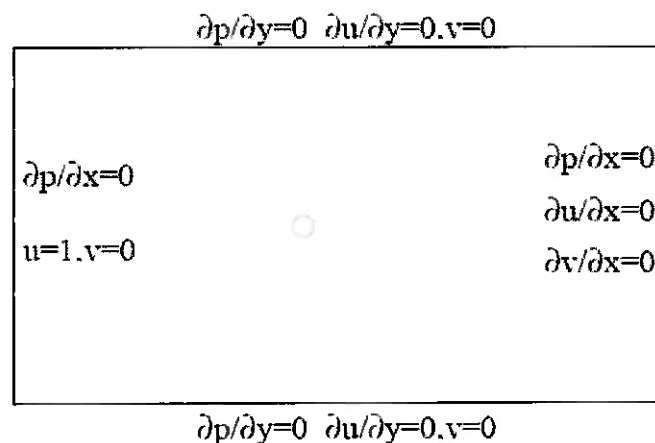


Figura 16 : Condições de contorno e domínio computacional , reproduzida de Lai [25]

Baseado no diâmetro do cilindro $D=0.2m$, foram determinados os limites do domínio computacional ($-13.4D \leq x \leq 16.5D$, $-8,35D \leq y \leq 8,35D$). Foi adotada uma malha não uniforme (250x160) para discretizar o domínio computacional, com a utilização de uma malha uniforme (60x60) na região $-D \leq x,y \leq D$.

As figuras abaixo mostram a evolução dos coeficientes de arrasto e sustentação e as linhas de contorno de vorticidade para $Re=40$. Isso confirma a observação experimental de que nesse número de Re , há dois vórtices colados à parte traseira do cilindro e a força de sustentação é constantemente nula. |

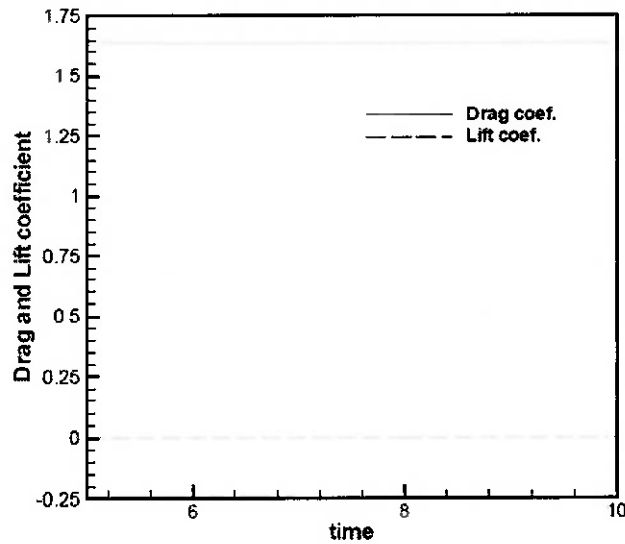


Figura 17 : Evolução no tempo dos coeficientes de arrasto e sustentação ($Re=40$), reproduzida de Lai [25]

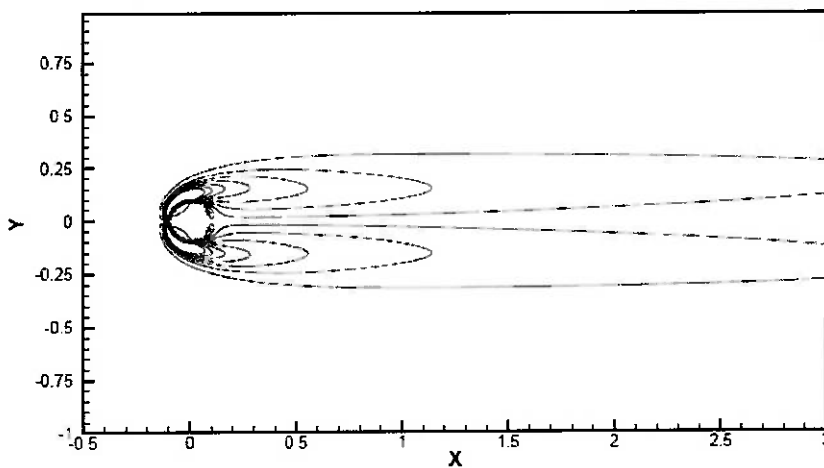


Figura 18 : Contornos de vorticidade instantânea para $Re=40$, reproduzida de Lai [25]

Contudo, com o aumento do número de Reynolds, a simetria é quebrada e os dois vórtices se desprendem de forma alternada. As figuras 4 e 5 mostram a evolução dos coeficientes e as linhas de contorno de vorticidade para $Re=100$.

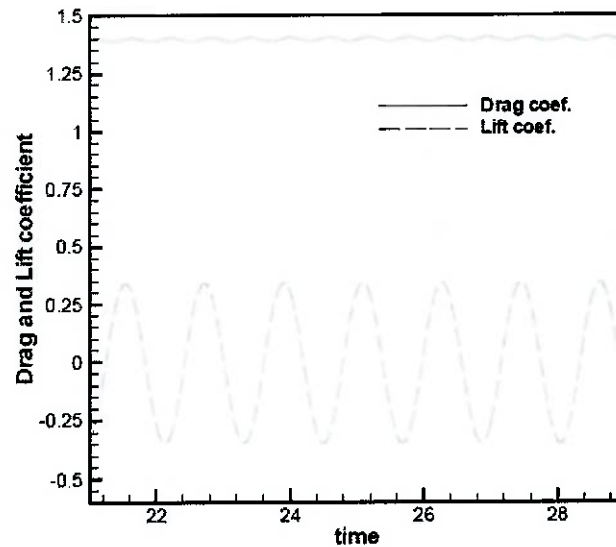


Figura 19 : Evolução no tempo dos coeficientes de arrasto e sustentação ($Re=100$), reproduzida de Lai [25]

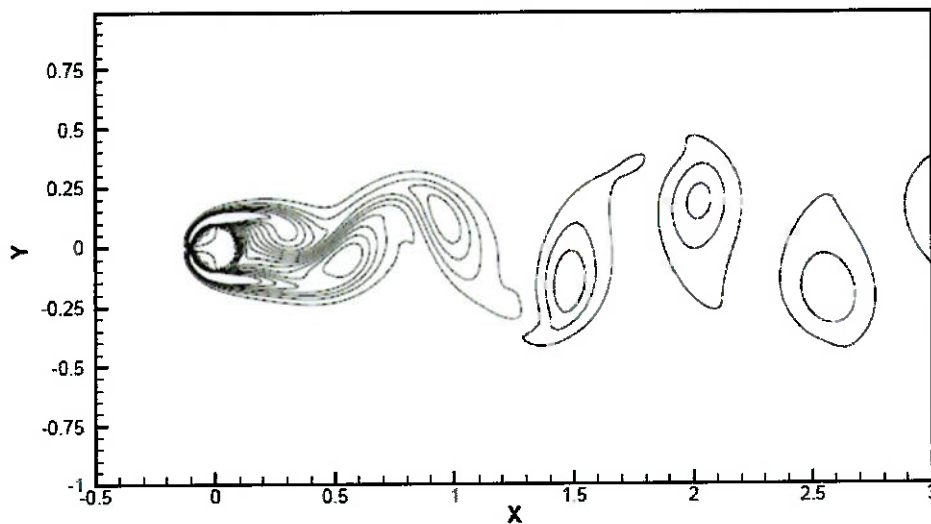


Figura 20 : Contornos de vorticidade instantânea para $Re=100$, reproduzida de Lai [25]

2.3.3. Método de Newmark

O método de Newmark é utilizado para a resolução da equação do movimento do oscilador que representa o comportamento do sistema no caso de simulações com o cilindro livre. O método se refere a uma família de algoritmos implícitos de solução da equação de movimento de um sistema. Esse método de integração se caracteriza por duas equações fundamentais do tipo:

$$\dot{q}_{i+1} = \dot{q}_i + [(1-\gamma)\Delta t]\ddot{q}_i + (\gamma\Delta t)\ddot{q}_{i+1} \quad (2.3.65)$$

$$q_{i+1} = q_i + (\Delta t)\dot{q}_i + \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) (\Delta t)^2 \right] \ddot{q}_i + \left[\beta (\Delta t)^2 \right] \ddot{q}_{i+1} \quad (2.3.66)$$

Sendo que os parâmetros β e γ definem como a aceleração varia em um passo de tempo. Considerando a aceleração média constante,

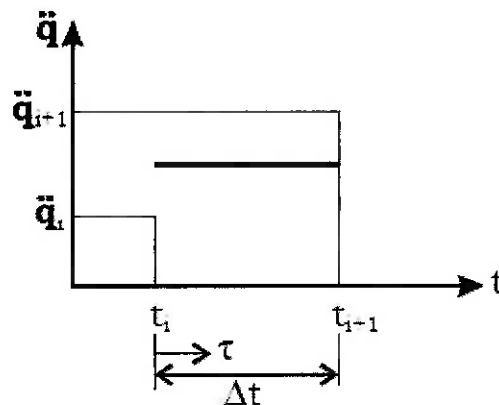


Figura 21 : Método de Newmark: representação esquemática da variação de q''

Temos,

$$\ddot{q}(t) = \frac{\ddot{q}(t)_{i+1} + \ddot{q}(t)_i}{2} \quad (2.3.67)$$

Integrando duas vezes obtemos

$$\dot{q}(\tau) = \dot{q}_i + \tau \left(\ddot{q}_i + \frac{\Delta \ddot{q}}{2} \right) \quad (2.3.68)$$

$$q(\tau) = q_i + \tau \dot{q}_i + \frac{\tau^2}{2} \left(\ddot{q}_i + \frac{\Delta \ddot{q}}{2} \right) \quad (2.3.69)$$

Fazendo $\tau = \Delta t$ e manipulando as expressões algebricamente obtemos $\beta = \frac{1}{4}$ e $\gamma = \frac{1}{2}$. Sendo T_{\min} o menor período natural de vibração do sistema observa-se que o método é estável para:

$$\frac{\Delta t}{T_{\min}} \leq \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{\gamma - 2\beta}} \quad (2.3.70)$$

Como no nosso caso $\beta = \frac{1}{4}$ e $\gamma = \frac{1}{2}$,

$$\frac{\Delta t}{T_{\min}} \leq \infty \quad (2.3.71)$$

E podemos dizer que o método é incondicionalmente estável.

3. Estudo numérico do escoamento ao redor de cilindros

Este estudo numérico segue a mesma ordem apresentada na revisão bibliográfica anteriormente. Sendo assim, tem-se uma primeira parte cujos objetivos foram focar o entendimento do fenômeno de geração e desprendimento de vórtices, além de gerar uma base de dados a ser usada na validação do método numérico apresentado nesse trabalho, o Método das Fronteiras Imersas (MFI). Em seguida é tratada a implementação do MFI para o caso simples de um cilindro imóvel sujeito a um escoamento.

Após comparar os resultados obtidos com o MFI e confirmar a validade do método, este foi ampliado para possibilitar a simulação de corpos móveis, com trajetórias forçadas e livres, dando início ao estudo dos fenômenos hidroelásticos de vibrações induzidas por vórtices. Por fim é apresentada a generalização do MFI para simulações de escoamentos ao redor de múltiplos corpos móveis, que teve como maior objetivo demonstrar a flexibilidade do método e motivar sua utilização em futuros trabalhos, não tendo sido feito nenhum estudo fenomenológico detalhado a respeito.

3.1. Simulações do escoamento ao redor de um cilindro com $100 < Re < 200$

Como já fora comentado, os focos desse capítulo são o entendimento do fenômeno de geração e desprendimento de vórtices e suas conseqüências, bem como a geração de uma base de dados sobre o escoamento ao redor de um cilindro imóvel para uma determinada faixa de Reynolds. As simulações foram realizadas utilizando as ferramentas disponíveis no pacote FLUENT, diferentemente das seguintes, onde serão adicionadas funções em linguagem C.

3.1.1. Pré-processamento : Malha computacional

As dimensões primárias da malha gerada nesse estudo são fruto de diversos estudos realizados por outros pesquisadores, e serão apenas apresentadas e comentadas a seguir.

Como já foi dito anteriormente, o problema resolvido é uma simplificação em 2D do problema original, logo utiliza uma malha plana para a simulação numérica. A base dessa malha é um retângulo, cuja maior dimensão (longitudinal) é paralela ao escoamento. O cilindro (representado por um círculo no caso 2D) é instalado de forma centralizada na direção transversal de forma a haver simetria na direção do escoamento e é determinado por um raio unitário, por motivo de simplificação de cálculos.

A escolha das distâncias do cilindro às arestas é muito importante e devem ser grandes o bastante para não influenciarem os cálculos. No caso ideal pode-se dizer que devem ser as menores possíveis que garantam resultados semelhantes aos resultados do caso de um retângulo infinito, pois malhas grandes aumentam o custo computacional.

As distâncias às arestas paralelas ao escoamento e à aresta de entrada de fluido são um pouco menos críticas, e segundo estudos anteriores dão bons resultados a partir de uma quinzena de raios. Já a distância à aresta de saída de fluido deve ser maior, pois esta contém a região onde são formados, desenvolvidos, e dissipados os vórtices, e normalmente (para a faixa de Re estudada) deve ser de pelo menos quarenta raios.

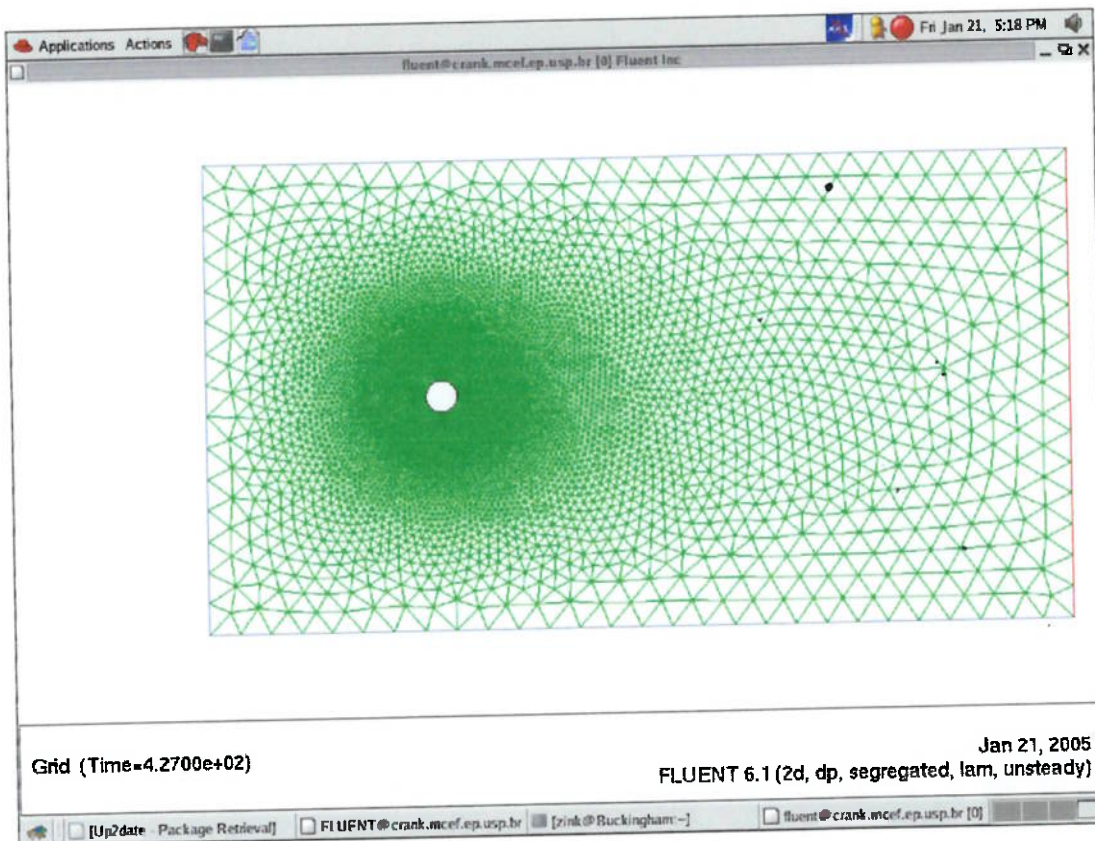


Figura 22 : Malha utilizada nas simulações

Definidas as dimensões primárias da malha, devemos partir ao dimensionamento dos seus elementos. Em geral, esses devem ser menores quanto mais importantes forem os gradientes de velocidade (ou de pressão), em valores absolutos, para garantir maior precisão nessas regiões. Nesse caso, os gradientes mais importantes são encontrados na camada limite formada na periferia do cilindro, pois segundo o princípio da aderência completa, a velocidade do fluido é nula na superfície de contato com o cilindro, e aumenta em uma distância bem pequena até atingir a velocidade original do escoamento.

Estudos sobre camada limite laminar mostram que para um cilindro essa tem uma espessura aproximada de

$$\delta \approx \frac{5D}{\sqrt{Re}} \quad (3.1.1)$$

Logo, a maior camada limite do estudo em questão se dá para o menor Re , que é 100. Com isso, sabe-se que para a malha em questão ser apropriada para todas as simulações em questão, esta deve ter um refinamento nas proximidades do cilindro de no mínimo 1 (lembrando que $R=1$) de espessura. Para determinar o tamanho máximo de cada elemento na região refinada usamos um dado de estudos anteriores que diz que uma espessura de camada limite deve conter no mínimo 10 elementos.

Assim, para garantir que a malha seja válida para toda a faixa de Re simulada, a dimensão básica dos elementos é definida como sendo um décimo da mais fina camada limite, que acontece quando $Re=200$ e é 0,07. Para a geração da malha nessa região é utilizada uma função de geração de camada limite com elementos quadriláteros que o software Gambit possui, onde são dados como entradas apenas o número de elementos sobre a circunferência (com o passo de 0,07, tem-se acima a 90 elementos compondo a circunferência), a razão de crescimento dos elementos (definida como unitária) e a espessura (que vale 1).



Figura 23 : detalhe ampliado dos elementos da camada limite da malha

Uma outra dimensão importante é a dos elementos que constituem as bordas do domínio retangular, e nesse caso é tomada como sendo um diâmetro. Depois de determinados todos os elementos de borda, o passo seguinte consiste em gerar uma malha de elementos triangulares no domínio restante. Malhas triangulares não apresentam restrições importantes, e como o domínio em questão é relativamente simples, esta é gerada sem problemas, partindo das bordas (que é formado pelas quatro arestas e a circunferência) e se fechando no interior do domínio. A malha final gerada possui 20471 elementos e 7359 nós.

Depois de gerada a malha é necessário classificar seus subconjuntos. É nessa fase que as arestas paralelas ao escoamento e a aresta de entrada são classificadas como *velocity_inlet* (entrada de fluido com campo velocidade determinado), a circunferência como *wall* (parede, respeitando o princípio da aderência completa), a aresta de saída como *outflow* (apenas saída de fluido, sem restrições relativas ao perfil do campo de velocidades, apenas relativas à conservação de massa), e o interior como *fluid*. Feito isso, a malha está pronta para ser exportada para o devido software de simulação, que neste caso é o Fluent.

3.1.2. Parâmetros de Simulação

Após ser gerada e exportada, a malha é importada pelo software de simulação. E é dentro do ambiente Fluent que são definidos os seguintes parâmetros de simulação:

- Escoamento bidimensional (2D).
- Escoamento sem troca de calor.
- Modelo laminar.
- Método dos Volumes Finitos utilizando a função de interpolação UpWind de 2ª ordem.

- Algoritmo SIMPLEC para tratamento do acoplamento Pressão-Velocidade.
- Método Segregado de solução, resolvendo os sistemas lineares um a um.
- Pressões relativas.
- Cilindro definido como uma parede, seguindo o princípio da aderência completa.
- Face de entrada e faces paralelas ao escoamento definidas como *velocity_inlet*, sendo a velocidade do fluido nessas regiões unitária e apenas na direção x.
- Face de saída definida apenas como *outflow*, permitindo que o próprio programa calcule o perfil de velocidades na saída .
- Fluido incompressível viscoso: fluido genérico de densidade 1 kg/m^3 e viscosidade dinâmica variando conforme o número de Re

$$\text{Re} = \frac{U.D}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{U.D}{\text{Re}} = \frac{2}{\text{Re}} \quad (3.1.2)$$

- Velocidade inicial de 1 m/s a partir da entrada.
- Regime transiente, com time step de 0,02s e formulação implícita (equações possuem variáveis no mesmo nível de tempo).
- Um total de 2000 time steps, dando um tempo total de 400s.

3.1.3. Resultados : Séries temporais de Cl e séries Reynolds x Strouhal

Nessa simulação foi obtido o comportamento dos coeficientes de arrasto e do coeficiente de sustentação com o objetivo de estudar melhor a relação entre os números de Reynolds e Strouhal no regime laminar de desprendimento de vórtices. Foram feitas simulações para seis diferentes números de Reynolds: 100, 120, 140, 160, 180 e 200.

As saídas do programa foram configuradas para serem arquivos de texto contendo a evolução temporal do Cl e do Cd respectivamente. Esses arquivos

foram previamente tratados num programa de edição de texto e importados para uma planilha do programa Excel.

A partir dos dados organizados em uma planilha, foram gerados gráficos de C_l e C_d em função do tempo para os seis valores de número de Reynolds simulados. Como já era de se esperar, após um tempo de transição, os gráficos apresentam comportamento oscilatório regular, o que caracteriza o regime de desprendimento laminar de vórtices.

O passo seguinte consistiu na extração das respectivas frequências de oscilação dos gráficos para posterior cálculo do número de Strouhal. Para tal, os gráficos do C_l em função do tempo foram comparados a funções senoidais, sendo extraídas as frequências e amplitudes de dos coeficientes de forças, assim como os respectivos erros. A comparação foi feita para $t > 200$, a partir do qual as amplitudes e frequências de oscilação apresentaram-se constante em todas as simulações.

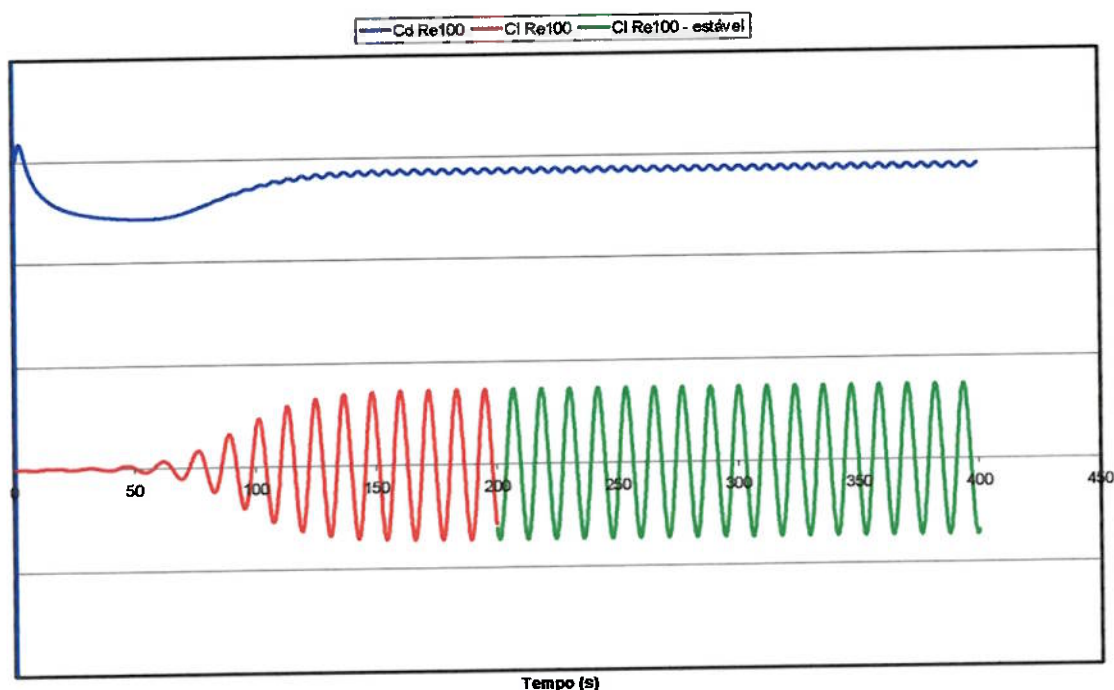
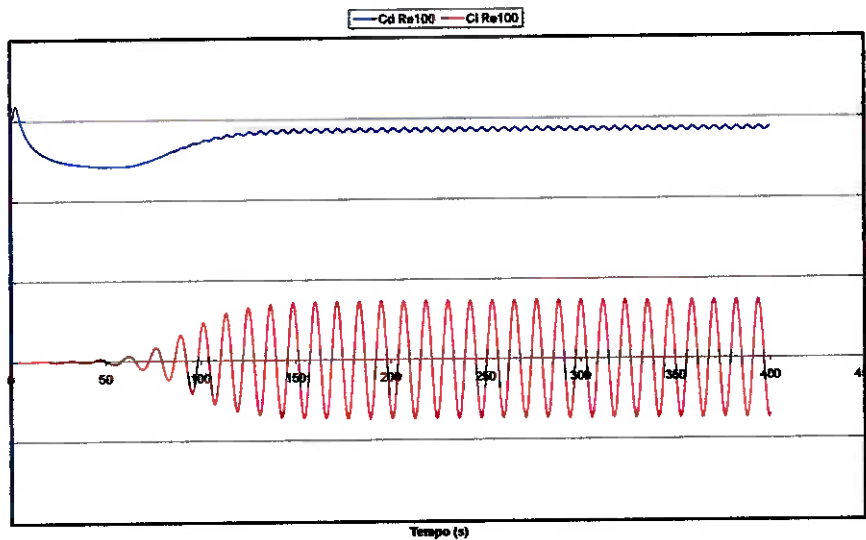


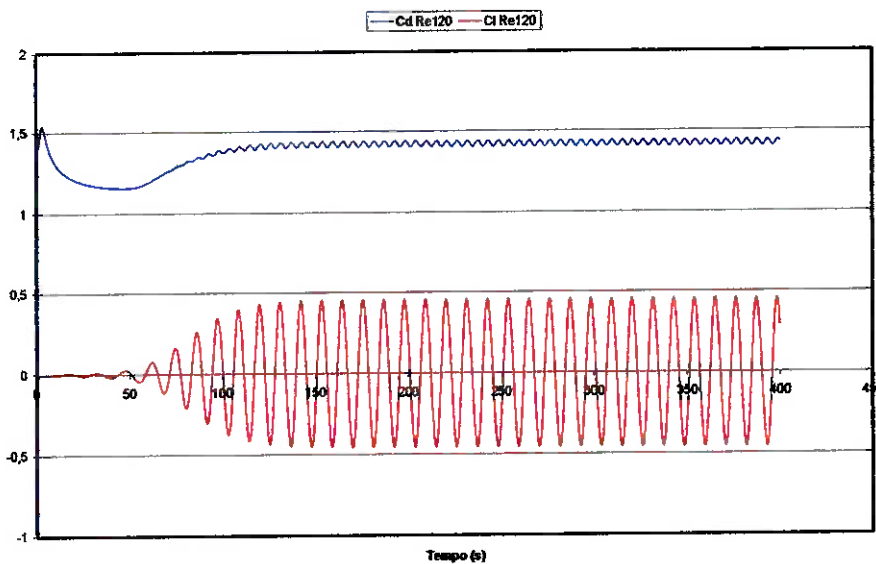
Figura 24 : gráficos das evoluções temporais do C_d (azul) e do C_l (vermelho e verde). O cálculo das frequências de oscilação é feito apenas utilizando os pontos da curva no segmento verde.

Abaixo seguem as curvas de Cd (em azul) e de Cl (em vermelho) para todos os Re simulados juntamente com seus respectivos valores de A, ϵ , f e St,.



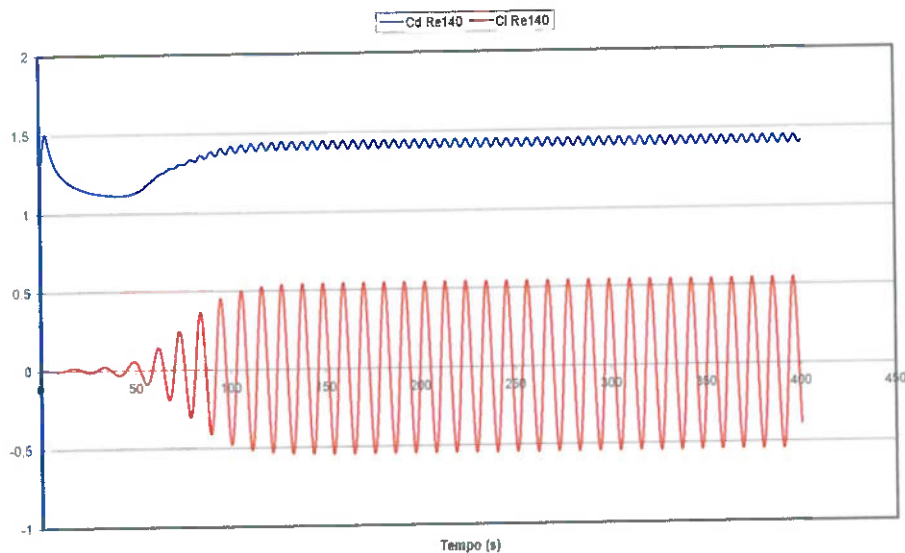
Re = 100
A = 0,3649
 $\epsilon = 0,0004$
f = 0,0857
St = 0,1714

Figura 25 : Gráficos do Cd (azul) e do Cl (vermelho) para Re = 100



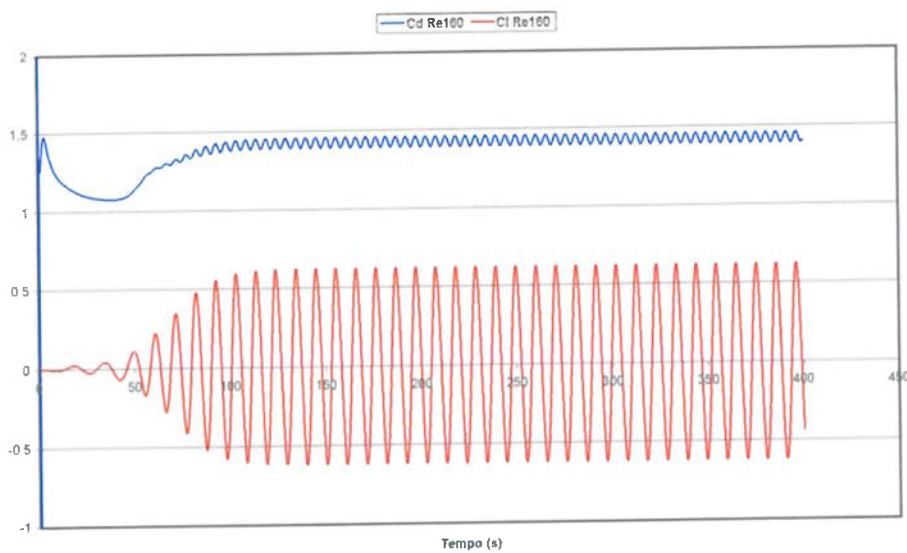
Re = 120
A = 0,4573
 $\epsilon = 0,0010$
f = 0,0898
St = 0,1796

Figura 26 : Gráficos do Cd (azul) e do Cl (vermelho) para Re = 120



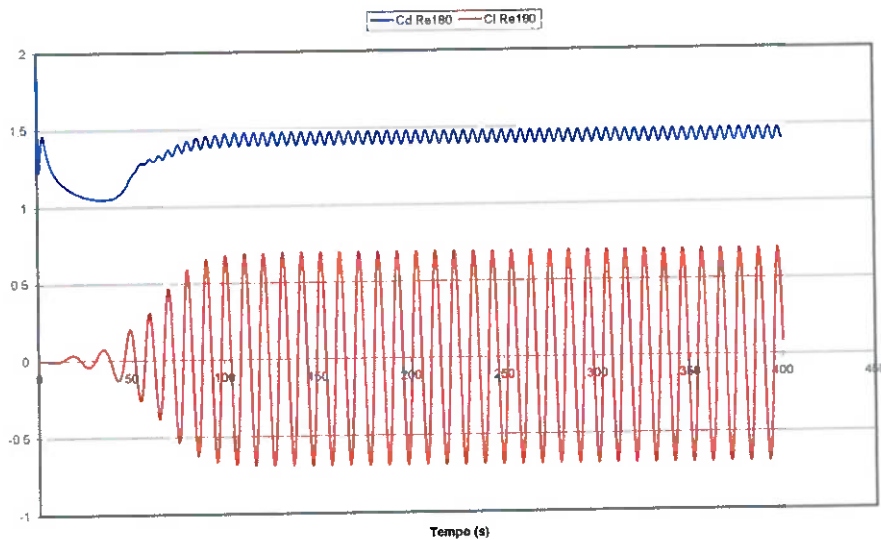
Re = 140
A = 0,5431
 $\epsilon = 0,0014$
f = 0,0830
St = 0,1860

Figura 27 : Gráficos do Cd (azul) e do Cl (vermelho) para Re = 140



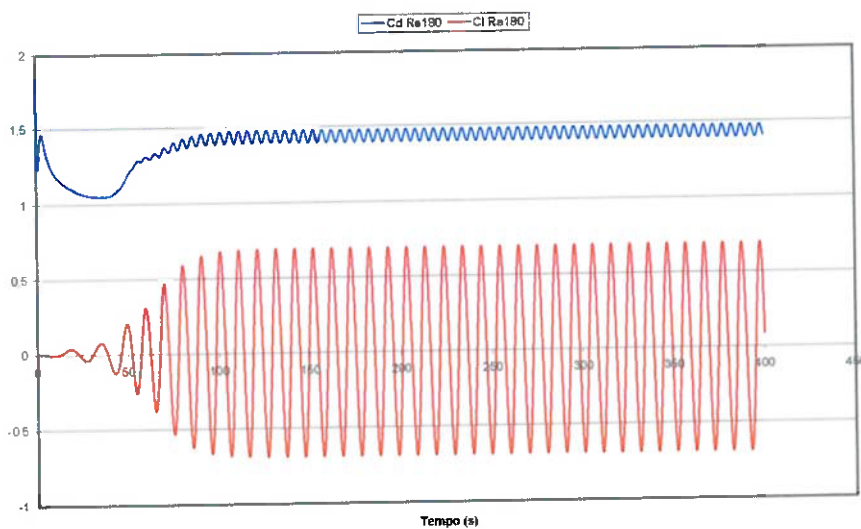
Re = 160
A = 0,6216
 $\epsilon = 0,0023$
f = 0,0956
St = 0,1911

Figura 28 : Gráficos do Cd (azul) e do Cl (vermelho) para Re = 160



Re = 180
A = 0,6926
 $\epsilon = 0,0033$
f = 0,0977
St = 0,1954

Figura 29 : Gráficos do Cd (azul) e do Cl (vermelho) para Re = 180



Re = 200
A = 0,7565
 $\epsilon = 0,0043$
f = 0,0995
St = 0,1991

Figura 30 : Gráficos do Cd (azul) e do Cl (vermelho) para Re = 200

A seguir é feito um confronto dos seis pontos $Re \times St$ obtidos nesse estudo com a curva levantada por Williamson a partir de seus experimentos:

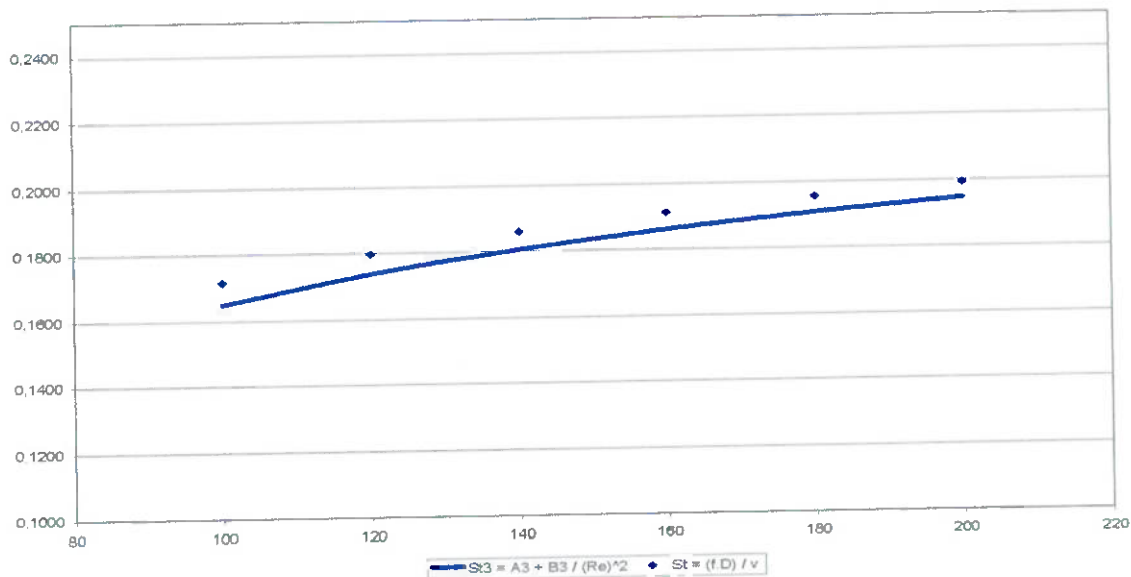


Figura 31 : Gráfico $Re \times St$ comparando os seis pontos obtidos dos gráficos acima com os pontos experimentais de Williamson

Como estudado anteriormente, é possível ajustar séries em $1/\text{Raiz}$ para obter o comportamento da curva $Re \times St$ a partir de dados experimentais, ou de simulação numérica. Nessa parte do trabalho serão feitos estes ajustes para as principais séries, com a finalidade de compará-los com os ajustes feitos por Williamson & Henderson.

Primeiramente será feita uma comparação entre os valores calculados através das séries propostas por Henderson e os dados experimentais. E por fim serão calculados os coeficientes que melhor se adaptam aos dados das simulações realizadas nesse trabalho.

O cálculo dos coeficientes das séries será análogo ao realizado na etapa anterior onde foram obtidos os coeficientes da função $f(t_i)$. Funções de erro são criadas e minimizadas utilizando a função *solver* do programa Excel, obtendo assim os coeficientes que melhor ajustam os dados das simulações às séries.

Série com dois termos:

$$S = A + B/\sqrt{Re} \quad (3.1.3)$$

Comparados aos valores dados por esta série usando os coeficientes de Henderson aos dados das simulações chegamos a uma diferença média por ponto de 0,0029 que representa uma diferença média de 1,61%. Abaixo são apresentados os coeficientes calculados nesse trabalho, lado a lado aos apresentados por Henderson:

Calculados nesse trabalho	Henderson
A = 0,2658	A = 0,2698
B = -0,9441	B=-1,0272
ε = 0,00003	ε = 0,0006

Tabela 2 : Comparação dos coeficientes para a série com dois termos

Série com três termos:

$$S = A + B/\sqrt{Re} + C/Re \quad (3.1.4)$$

Para essa série, fazendo a mesma comparação feita acima obtemos uma diferença média por ponto de 0,0034, que representa uma média de 1,86%.

E por fim, calculando os coeficientes da série que melhor se adequa aos dados das simulações numéricas realizadas, obtém-se:

Calculados nesse trabalho	Henderson
A = 0,2693	A = 0,2731
B = -1,0287	B = -1,1129
C = 0,4937	C = 0,4821
ε = 0,00002	ε = 0,0005

Tabela 3 : Comparação dos coeficientes para a série com dois termos

3.2. Implementação do Método das Fronteiras Imersas (MFI)

Na maioria das técnicas de CFD utilizados atualmente, um corpo sólido é representado, por exemplo, por uma condição de contorno de velocidade (condição de aderência e impermeabilidade) aplicada a uma fronteira. Dessa forma a única parte do corpo que é representada na malha computacional é sua fronteira com o meio fluido. Já o Método de Fronteiras Imersas escolhido para ser implementado usa termos fonte na equação de quantidade de movimento (Navier-Stokes) para a representação de um meio sólido imerso em uma corrente fluida, e como o escoamento em questão é dito incompressível, tem-se o seguinte sistema de equações a resolver:

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \Phi_{ext}. \quad (3.2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.2.2)$$

onde o termo fonte Φ_{ext} é uma força por unidade de volume. No caso de escoamentos externos, o corpo é representado por um volume, formado por um conjunto de elementos de volume da malha computacional, com uma condição de contorno de velocidade imposta a um volume. A interação sólido-fluido acontece via udfs (user defined function) com a inserção dos termos fonte nas equações de quantidade de movimento (nas direções x e y) de cada elemento de volume do sólido.

3.2.1. Representação do corpo sólido no meio fluido

A particularidade dessa representação reside no fato do corpo em questão ser rígido e simples (um cilindro, que em duas dimensões se transforma num círculo), assim não há necessidade de se ter uma malha apenas para representar o corpo sólido, como acontece em casos de corpos de geometrias complexas, e/ou deformáveis.

Com essa simplificação, usa-se apenas uma malha computacional para os dois meios de naturezas diferentes, sendo que seus elementos são, a cada instante, divididos em fluidos ou sólidos, podendo cada um deles assumir qualquer um desses papéis. O que se faz é forçar um conjunto de elementos fluidos a terem um comportamento de sólido, ou seja, a terem um comportamento de corpo rígido. Lembrando que um corpo é considerado rígido quando não há movimento relativo entre os seus pontos, ou quando a distancia relativa entre todos os seus pontos se conserva.

Para ser semanticamente preciso não se diz haver uma porção realmente sólida no domínio e sim uma região fluida apresentando um comportamento cinemático de corpo rígido. Nesse trabalho essa porção do domínio será chamada de região congelada. A princípio foram cogitadas duas possibilidades de representação do cilindro, uma que cria uma fronteira congelada e outra que congela todo o corpo. Ambas foram implementadas para o caso de um cilindro estático, mas apenas uma delas foi usada nos casos seguintes, por razões que são explicitadas a seguir.

a) Fronteira congelada

Pensando na forma mais tradicional do Método das Fronteiras Imersas essa representação consiste em controlar o movimento de um fino setor circular deixando livres os graus de liberdade das células em seu interior e exterior, funcionando como uma fronteira rígida, ou congelada. Essa representação foi simulada com êxito, mas um inconveniente foi o fato de existir um escoamento a princípio sem sentido dentro do cilindro, que não interessa a esse trabalho. Abaixo é mostrado um gráfico de contornos de velocidade sobreposto pela malha

computacional, que possibilita a observação das células travadas e da movimentação do fluido dentro do cilindro, e um outro de contornos de vorticidade.

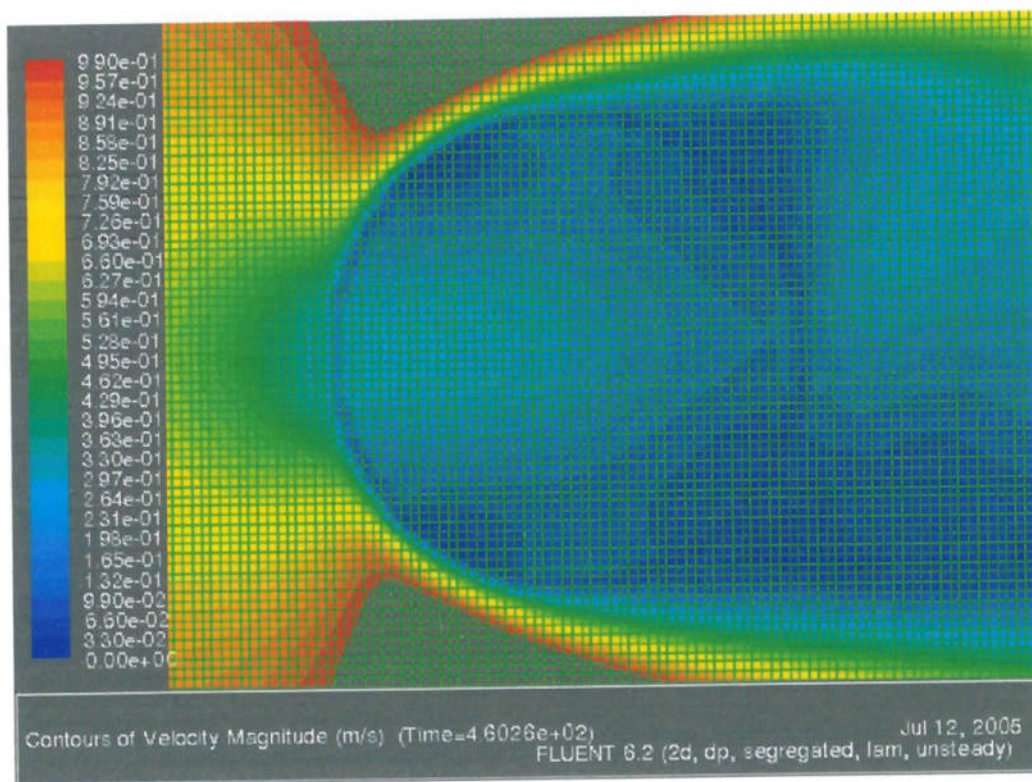


Figura 32 : Representação da fronteira congelada de um cilindro : Gráfico de contornos de vorticidade sobreposto pela malha computacional.

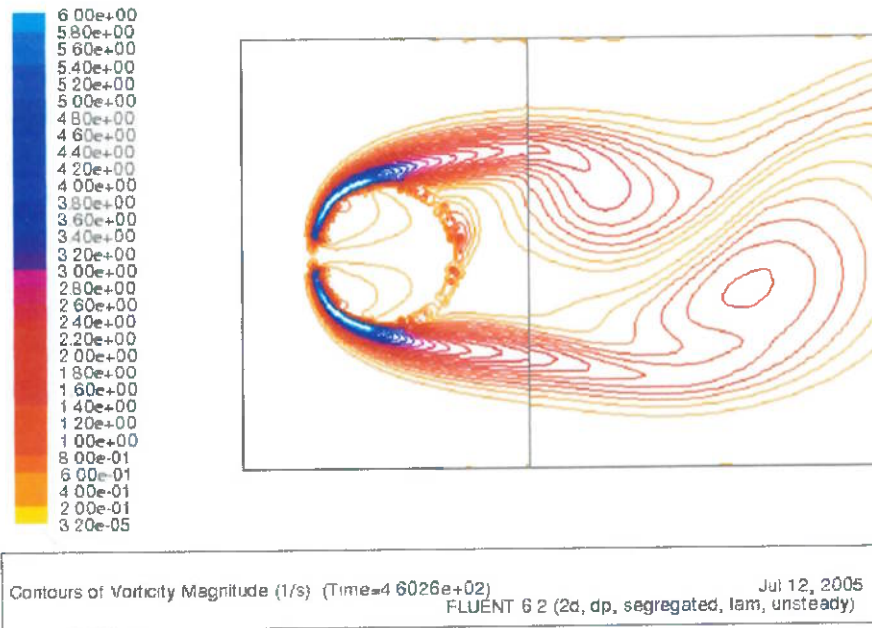


Figura 33 : Representação da fronteira congelada de um cilindro : Gráfico de contornos de vorticidade

É interessante observar a semelhança da Figura 32 com a figura apresentada por Ming Chih Lai [25], onde é notável a presença de vorticidade no interior do cilindro, que é um forte indício de que somente a fronteira do corpo é controlada pelos termos fonte.

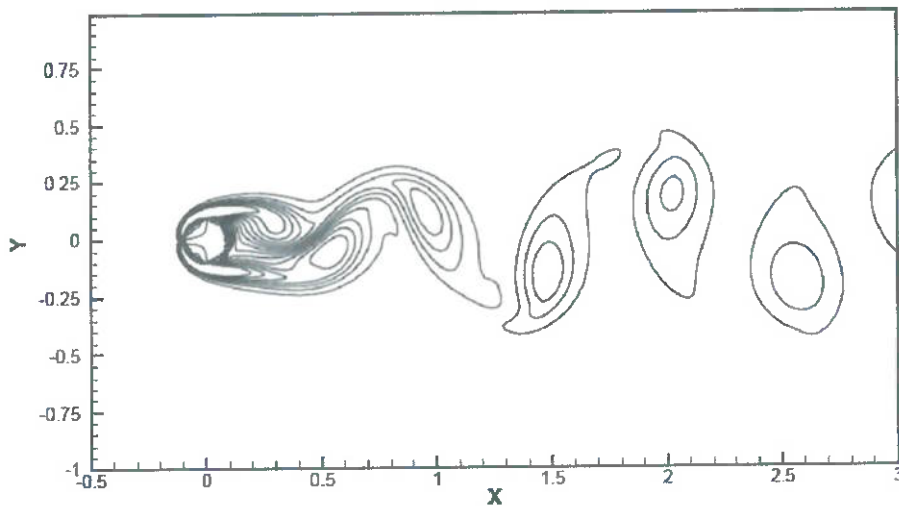


Figura 34 : Representação da fronteira congelada de um cilindro : Gráfico de contornos de vorticidade, reproduzida de Lai [25]

b) Cilindro congelado

Outra forma possível é controlar o movimento de toda a região circular de forma a ter não apenas uma fronteira rígida, mas todo um círculo rígido. O resultado de uma das simulações realizadas pode ser visto abaixo através de um gráfico de vorticidade, onde é interessante notar que esta é nula em todo o interior do corpo, respeitando uma das condições necessárias para ser considerado um corpo rígido.

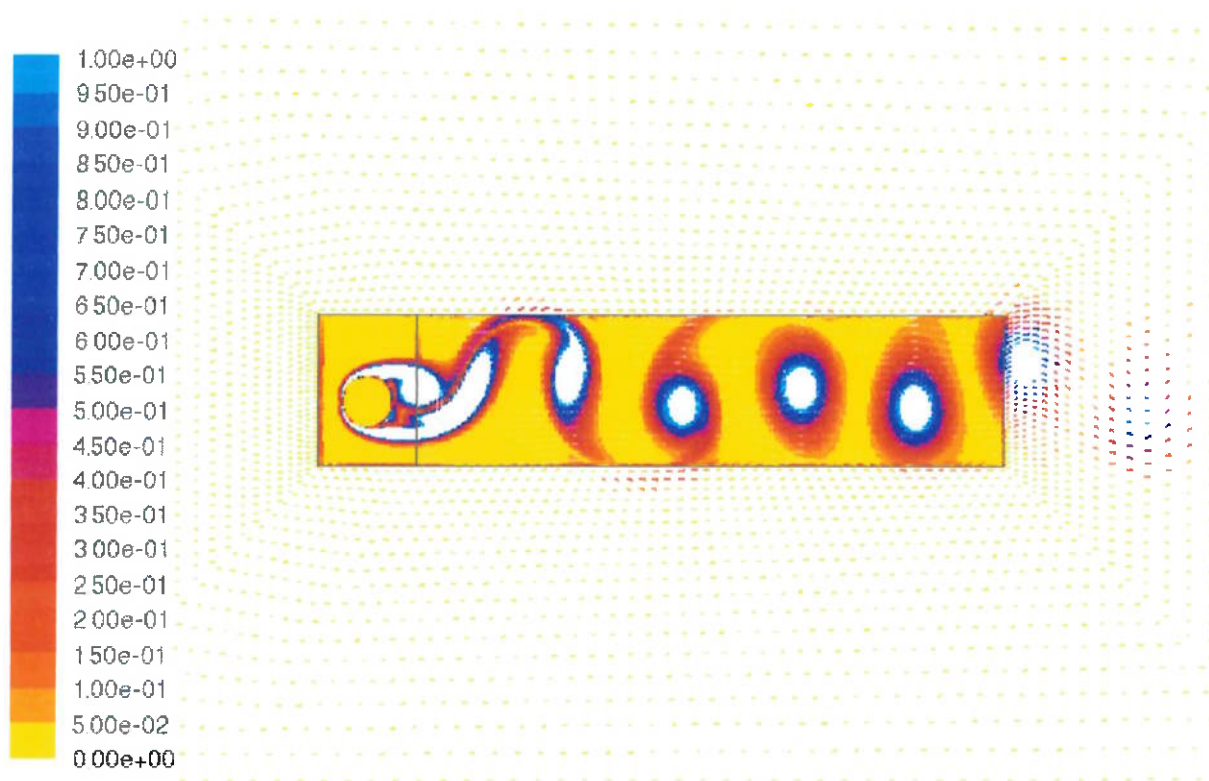
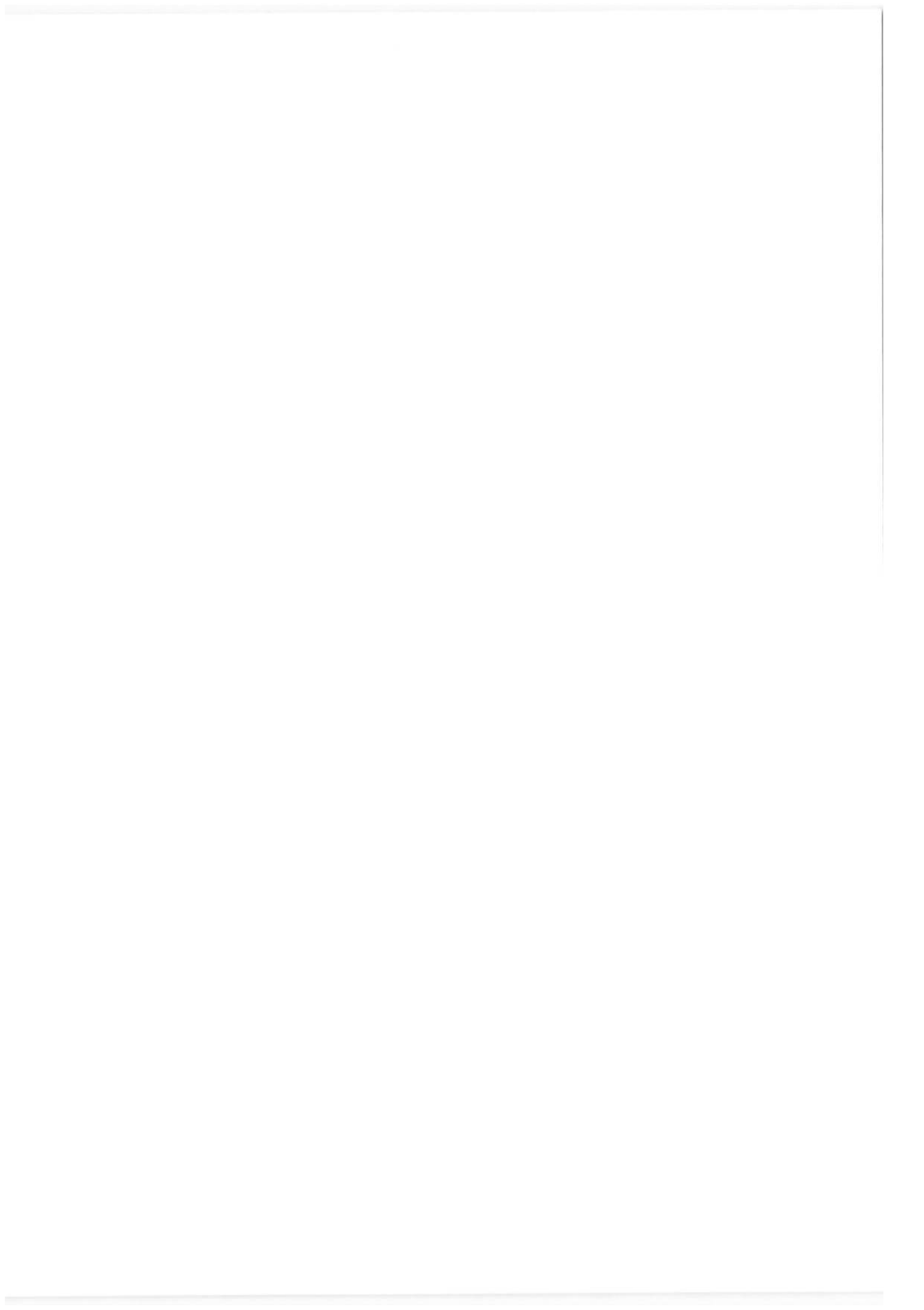


Figura 35 : Representação de cilindro 2D congelado : Gráfico de contornos de vorticidade



Outro gráfico que representa bem o método foi feito a partir de uma simulação de base elástica livre (oscilando na direção y) usando um cilindro congelado. Os vetores representam o campo de velocidades em direção e módulo enquanto a cor representa o valor da componente x da velocidade, que pode ser observada na escala. Como já era de se esperar, a direção da velocidade dentro do corpo é vertical, e logo, a componente em x é nula, o que, associado ao fato da velocidade ser constante em todo o corpo, caracteriza o comportamento de corpo rígido desta região.

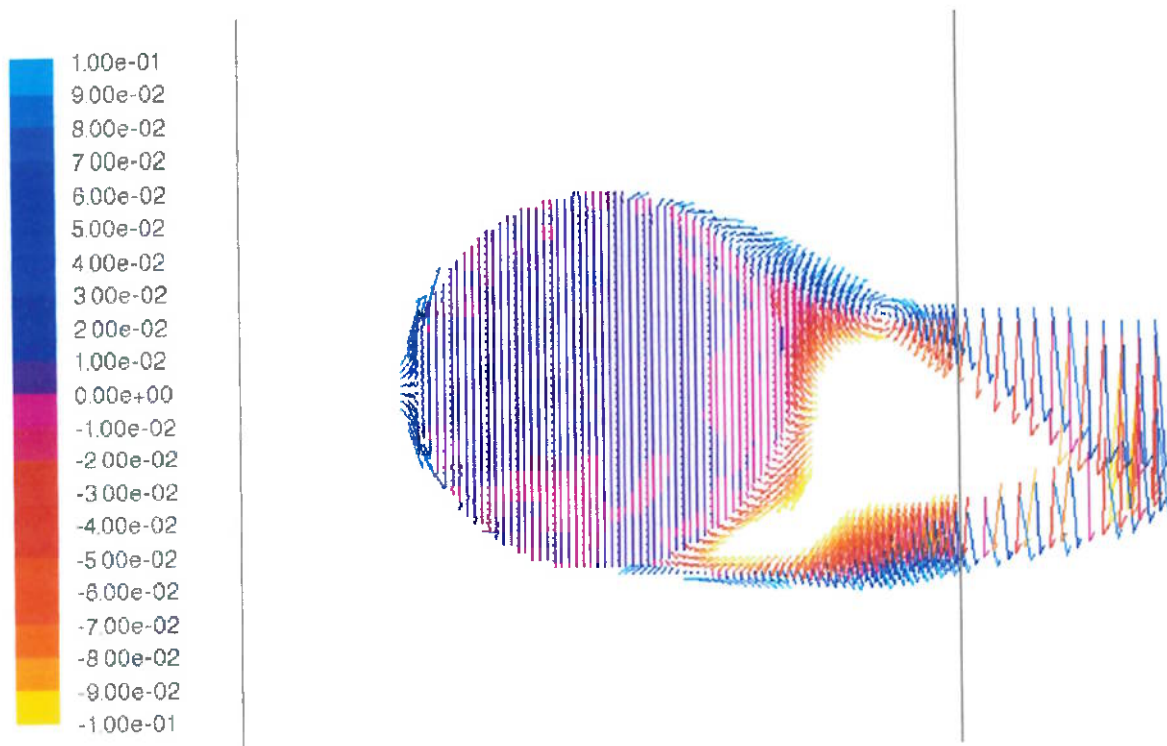


Figura 36 : Representação de cilindro 2D congelado : Vetores de velocidade (módulo e direção) coloridos pela componente na direção X

*

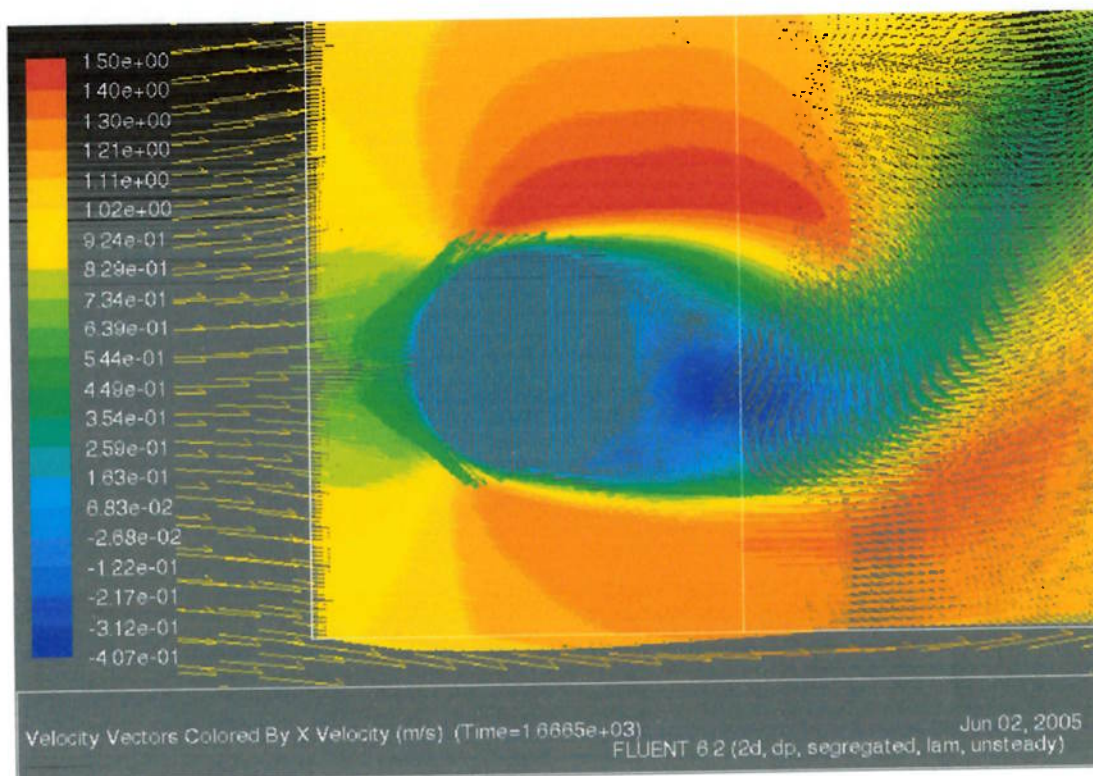


Figura 37 : Representação de cilindro 2D congelado : Vetores de velocidade (módulo e direção) coloridos pela componente na direção X

Essa representação foi escolhida por não apresentar nenhum prejuízo em relação à primeira além de proporcionar a conveniência de se poder utilizar as equações da mecânica de corpos rígidos para o cilindro nas fases do trabalho onde este terá liberdade de movimento (cilindro oscilando forçadamente e montado em base elástica).

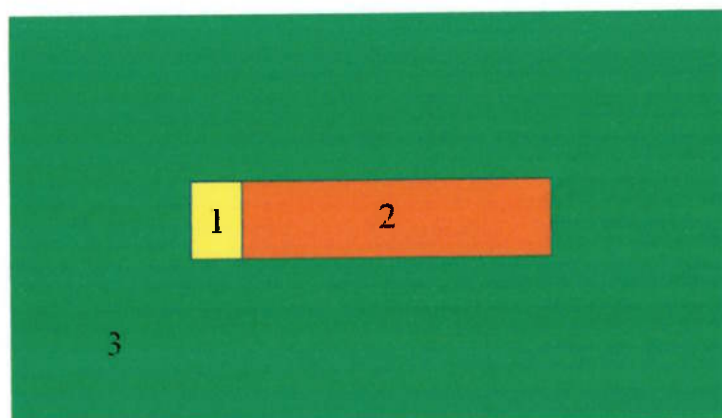
3.2.2. Referencial da malha e comunicação com seus elementos

Nesse estudo foram usadas malhas computacionais estruturadas em duas dimensões, partindo de uma primeira aproximação simplista de malha retangular formada de elementos quadrados até composições de malhas mais complexas, que serão vistas mais adiante. E em todos os casos simulados, a modelagem mecânica foi feita tomando a malha como referencial inercial.

A escolha por malhas estruturadas baseia-se em duas razões, sendo a primeira a facilidade de localizar-se na malha (com o intuito de encontrar os elementos congelados e líquidos) seguida de um custo computacional mais baixo, em relação a malhas não estruturadas.

A primeira malha foi desenvolvida visando principalmente a simplicidade, e foi usada numa primeira fase de aprendizado das macros, que são funções já implementadas no software de base que permitem a comunicação entre as rotinas implementadas e as variáveis físicas referentes a um dado elemento no espaço num dado tempo.

Terminada a fase de familiarização com as macros, malhas mais especializadas ao fenômeno estudado foram elaboradas. A estrutura escolhida foi uma composição de três malhas estruturadas de quadriláteros. Cada uma das malhas foi dimensionada pensando em cada uma das três regiões principais do escoamento: proximidade do cilindro, região de esteira, e região ao longe.



Grid (Time=1.9695e+03)

Jul 12, 2005
FLUENT 6.2 (2d, dp, segregated, lam, unsteady)

Figura 38 : Configuração de malhas usada nas simulações. 1) região próxima ao corpo 2) região da esteira vortical 3) escoamento ao longe.

A região próxima ao cilindro é relativamente delicada primeiramente por ser a responsável pela representação do corpo, assim quanto mais refinada, mais fielmente conseguirá representar o cilindro, suavizando o efeito escada que forma-se na fronteira do corpo. Outra razão do refinamento avançado nessa região é a presença da camada limite, onde se localizam os mais importantes gradientes de velocidade e pressão.

Em seguida temos a região da esteira vortical, por onde passam os vórtices desprendidos do corpo e convectados pelo escoamento. Os vórtices presentes nessa região também pedem um refinamento da malha que, no entanto, não precisa ser tão detalhado como na região da camada limite.

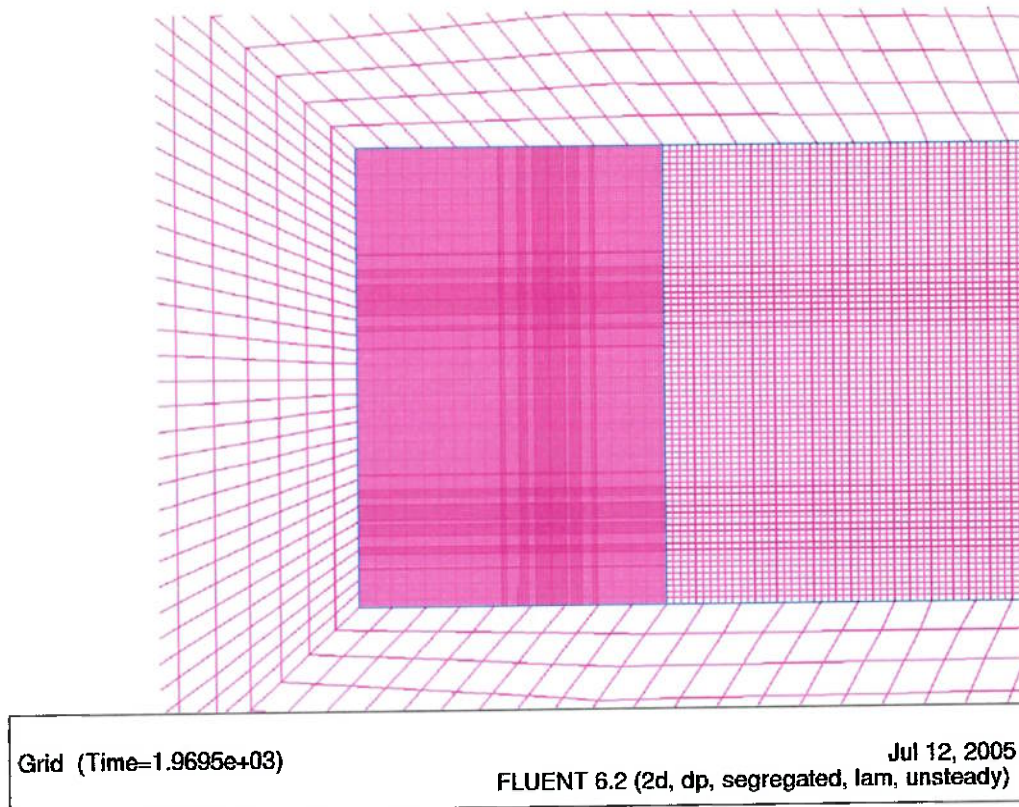
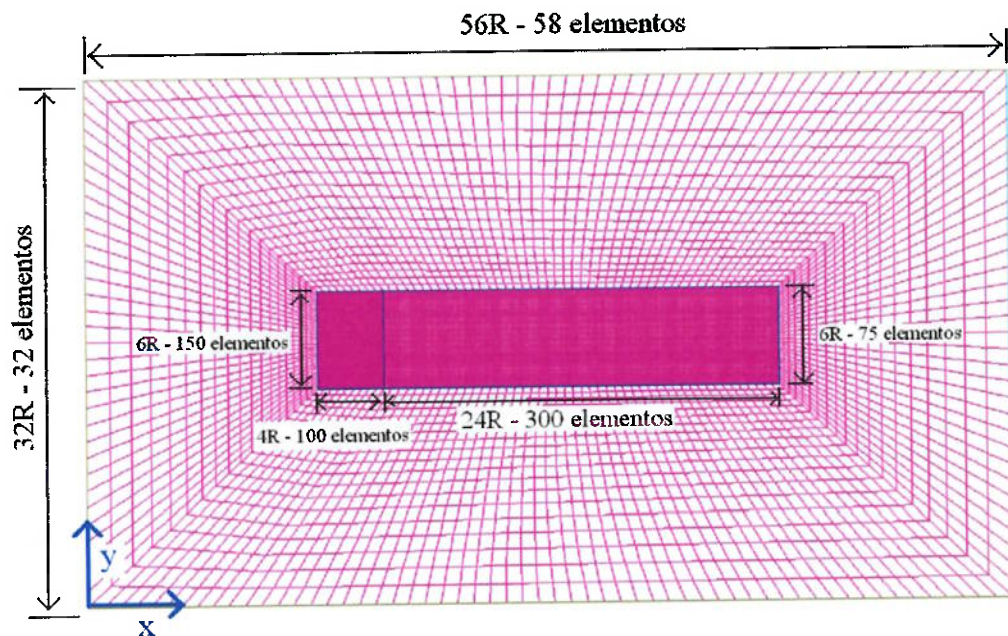


Figura 39 : Vista em detalhe dos refinamentos da malha, na região próxima ao cilindro e na esteira.

E por fim vem a região ao longe, cuja finalidade é tentar fazer com que o fenômeno ocorra sem nenhuma interferência externa, ou seja, como se estivesse num domínio infinito sem interferências das fronteiras. Nesse tipo de escoamento, com baixo Reynolds, não há grande interferência no escoamento à montante nem nas laterais, o que não ocorre à jusante, que deve ser longa o bastante para que os vórtices convectados tenham tempo de ser consideravelmente dissipados antes de atingir o outflow.

Quanto ao grau de refinamento da malha há um importante compromisso a ser respeitado, entre a precisão e o custo computacional. No contexto da análise de sensibilidade do refinamento local das malhas foram reproduzidas simulações conhecidas na literatura, como a do escoamento ao redor de um cilindro estático com $Re=200$. Várias condições de refinamento foram simuladas de forma a

pesquisar qual configuração apresentava um menor custo computacional para resultados consideravelmente próximos aos encontrados na literatura.



Grid (Time=1.9695e+03)

Jul 12, 2005

FLUENT 6.2 (2d, dp, segregated, lam, unsteady)

Figura 40 : Dimensões principais da malha e grau de refinamento

Um outro ponto importante a ser considerado na confecção da malha é a numeração dos seus elementos, ou seja, a forma de localizar-se geometricamente dentro da malha através dos números dos elementos. Essa ordem é relativamente simples no caso de malhas estruturadas e a partir de alguns testes foi visto que os elementos da região mais refinada (onde é representado o cilindro) são numerados de 0 a 9999 de baixo para cima e da esquerda para direita, o que simplifica a estruturação da udf dos termos fonte, responsável por representar o corpo sólido.

3.2.3. User Defined Functions (UDFs) dos termos fonte

Em se tratando de uma simulação em duas dimensões, temos duas equações de balanço de quantidade de movimento, nas direções x e y . O software de base possibilita a intervenção nessas duas equações de forma independente para cada célula da malha computacional. Tal intervenção é feita através de rotinas (UDFs) que são compiladas e assimiladas pelo próprio software de base. Assim, foram implementadas duas rotinas responsáveis pelo cálculo do termo fonte para cada uma das direções: `udf_mom_x.c` e `udf_mom_y.c`.

A base das duas rotinas é semelhante, sendo diferenciadas apenas pelas particularidades inerentes a cada problema, que podem ser, por exemplo, os graus de liberdade do corpo imerso. Como já visto anteriormente, o processo de determinação dos termos fonte de cada célula em cada direção é iterativo e deve ser alternado com as correções dos campos de velocidade e pressão. Para tal, as `udfs` `udf_mom_x.c` e `udf_mom_y.c` foram integradas no processo iterativo de próprio programa de base de forma a serem executadas no final de cada iteração.

Como já foi visto anteriormente, a modalidade UDFs escolhida (`DEFINE_SOURCE_TERMES`) realiza, a cada iteração do Fluent, um loop que varre todas as células da malha, sendo essas células designadas por uma variável inteira c (cell), que vai de 0 a $N-1$ (sendo N o número total de células da malha). Em outras modalidades de UDFs, uma célula é designada não apenas pela variável c , mas também por uma outra que representa um subdomínio, chamada t (thread). Nesse caso, apesar de citada nos cabeçalhos das funções, não é necessária atenção com a variável t .

O reconhecimento das células pertencentes ao cilindro é realizado nas duas UDFs de termos fonte (`udf_mom_x.c` e `udf_mom_y.c`) e é baseado na posição dessas células no sistema de coordenadas da malha, que tem como origem o seu canto esquerdo inferior. Durante a execução do primeiro loop sobre todas as células (que é realizado a cada iteração), as posições do vetor `cong[N]`

são carregadas com 0s ou 1s, de forma que a sua posição $\text{cong}[k]$ recebe 1 se a k ésima célula pertence ao cilindro e 0 se esta não pertence. A condição de pertencimento de um elemento ao cilindro é que pelo menos um de seus nós tenha uma distância ao centro do cilindro inferior ao comprimento do raio deste, ou seja, pertencem ao cilindro todos os elementos que possuem alguma intersecção não nula com o círculo virtual que o representa (com mesmo raio e posição do centro deste).

No caso do cilindro estático, o reconhecimento das células pertencentes ao cilindro é feito apenas na primeira iteração do primeiro passo de tempo, de forma a economizar tempo computacional. Já no caso de cilindros móveis é necessário repetir esse reconhecimento na primeira iteração de cada passo de tempo.

Voltando ao cálculo iterativo, este é feito a partir da soma de termos positivos ou negativos ao termo fonte da equação de quantidade de movimento de forma que as velocidades das células pertencentes ao corpo sólido tenham a velocidade desejada a este. Assim, a cada iteração, se a velocidade da célula for menor do que a desejada, é somado um termo positivo ao termo fonte, ao passo que se esta for maior, haverá um decréscimo do termo. Equacionando o que foi dito tem-se:

$$\Delta\Phi_i = \frac{\alpha}{h^2}(u_i^f - u_i^c) = \alpha \frac{\delta u_i}{h^2} \quad (3.2.3)$$

$$\Phi_i^{n+1} = \Phi_i^n + \Delta\Phi_i^{n+1} \quad (3.2.4)$$

onde Φ_i^n é o termo fonte do elemento i na iteração n , $\Delta\Phi_i$ é o acréscimo (ou decréscimo) realizado a cada iteração, h é a dimensão do elemento, α é um parâmetro de relaxação, u_i^f é a velocidade do fluido e u_i^c é a velocidade que deveria ter o fluido no elemento, ou seja, a velocidade do corpo. Lembrando que essa equação é usada para o cálculo do termo fonte das duas equações de quantidade de movimento (em x e em y) referentes a cada um dos elementos pertencentes ao corpo congelado.

3.2.4. UDFs de movimentação do corpo e resultados

Os resultados das simulações são apresentados na forma de séries temporais que são escritas em um arquivo. Para tal há uma udf que se comunica com as outras através de variáveis globais e imprime os resultados de forma estruturada. Essa udf é executada a cada passo de tempo, diferentemente das udfs de termo fonte que são executadas a cada iteração.

É também nessa rotina que são implementadas as funções que comandam o movimento do cilindro, nos casos de oscilação forçada e em base elástica. Assim, cabe a essa udf calcular as variáveis cinemáticas de posição, velocidade e aceleração do cilindro a cada passo de tempo, além de comunicar esses valores às rotinas de cálculo dos termos fonte.

No caso de oscilação forçada essa função limita-se apenas a calcular os valores das variáveis cinemáticas, que são função apenas do tempo, e enviá-los às outras udfs. Já em oscilações livres há um processo de realimentação, ou seja, a udf dos termos fonte na direção y fornece o valor da força referente à integral dos termos fonte no domínio, que dentro da função de movimento é usado para o cálculo da força de sustentação, que por sua vez é introduzida numa equação de oscilador (método de Newmark). Em função da força de sustentação e das variáveis cinemáticas atuais são calculadas as novas variáveis cinemáticas, que são fornecidas às udfs dos termos fontes para que o processo seja recomeçado.

3.2.5. Seqüência iterativa do conjunto Fluent + UDFs

Um passo importante para o entendimento da interação entre as diferentes rotinas envolvidas nesse processo é o estudo da seqüência iterativa do conjunto. A princípio podemos dizer que há dois níveis no processo padrão de uma simulação transiente usando o software Fluent: um que se encontra sempre dentro de um passo de tempo e um outro superior que evolui a solução no tempo.

Começando pelo primeiro nível temos a seqüência abaixo que consiste em uma iteração do Fluent. Começando com um campo de velocidades inicial estimado:

- Estimar os campos de velocidades e pressão (p^*).
- Calcular os coeficientes das equações do movimento para u , v e w .
- Resolver as equações do movimento, usando p^* , obtendo u^* , v^* e w^* .
- Resolver uma equação de Poisson de correção e obter p' .
- Corrigir u^* , v^* e w^* , obtendo o campo de velocidades que satisfaz a equação da continuidade.
- Calcular p através da de uma sub-relaxação de p^* com p' .
- Fazer $p^* = p$ e recomeçar no item (2) até a convergência.

Terminado esse ciclo iterativo, seja porque os resíduos chegaram a valores desejados ou porque o número máximo de iterações foi atingido, é feita a evolução no tempo da solução.

Os dois níveis principais são mantidos e o acoplamento das udfs ao software de base é feito de forma a encaixar cada rotina em um trecho específico do ciclo apresentado acima, sendo que o ciclo final é apresentado da seguinte forma:

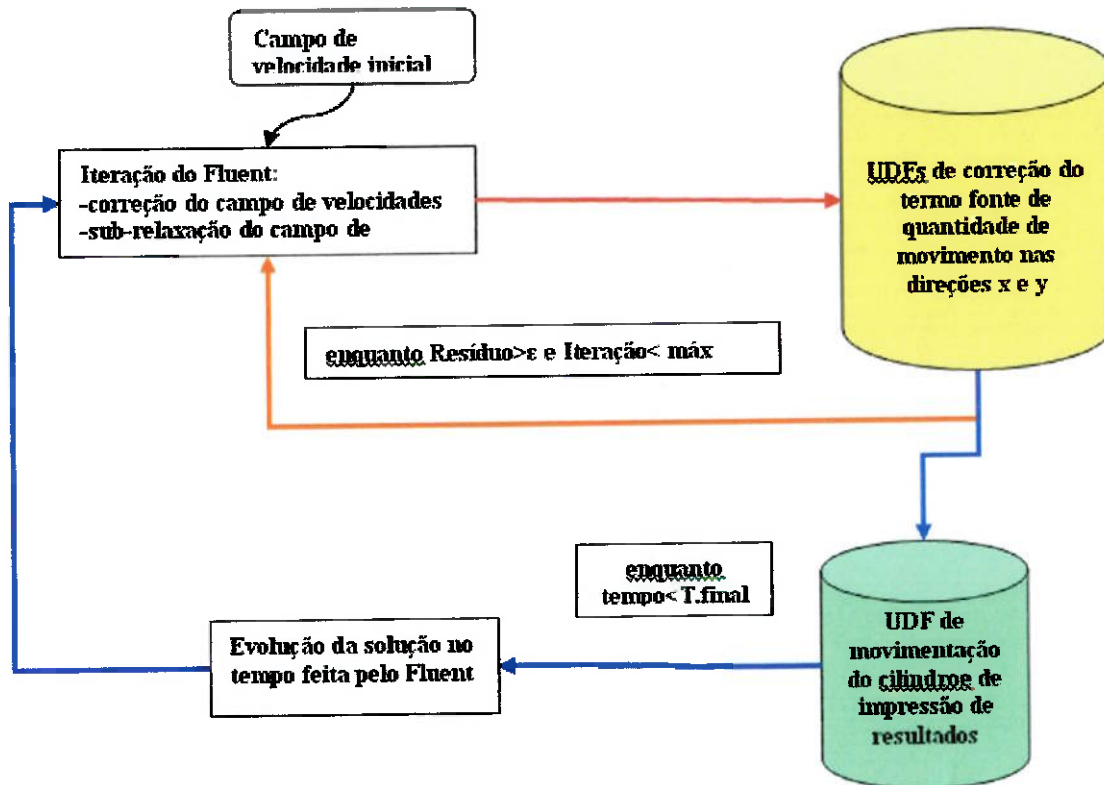


Figura 41 : Diagrama da seqüência iterativa de simulação após o acoplamento das User-Defined Functions

3.3. Implementação do MFI para o caso de um cilindro imóvel e simulações com $100 < Re < 200$

O principal objetivo desta fase do projeto é a pré-calibração do método antes de partir para casos de cilindros móveis mais complexos. Com esse intuito, será levantada uma curva da relação $St \times Re$, assim como foi feito na primeira parte do projeto.

A simplificação nesse caso vem do fato de que as células a serem congeladas serão sempre as mesmas, o que implica em uma facilidade de implementação considerável, bem como em rapidez de convergência e conseqüentemente uma diminuição do custo computacional. Isso acontece porque logo na primeira iteração as udfs de termos fonte reconhecem as células

pertencentes ao subdomínio sólido guardando essa informação num vetor, o que permite a udf saber se um elemento é sólido ou líquido com uma simples leitura de vetor sem ter que pesquisar a posição de seus nós e compará-las com a posição do cilindro.

Em todo esse trabalho, por medida de simplificação, a velocidade do fluido ao longe, sua densidade e o comprimento do cilindro (simplificação bidimensional) são unitários, enquanto que o diâmetro do cilindro vale dois, o que faz com que a força de sustentação tenha o mesmo valor numérico do Cl:

$$Cl = \frac{F_{sustentação}}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 (Dh)} = F_{sustentação} \quad (3.3.1)$$

Como o cilindro permanece em equilíbrio estático, a força de sustentação é, por ação e reação, simplesmente o oposto da integração dos termos fonte de quantidade de movimento no domínio.

$$F_{sustentação} = - \int \Phi_y dA \quad (3.3.2)$$

A força de sustentação medida é composta de uma parcela viscosa e uma outra de pressão. Essa não é o foco do trabalho, mas esta decomposição será demonstrada para o caso de um cilindro estático. A parcela viscosa é a integral de superfície das tensões de cisalhamento na fronteira entre o corpo e o fluido, assim, como o domínio é bidimensional é possível aplicar a fórmula de Green e chegar a:

$$\oint_{\partial\Omega} (\tau \cdot \mathbf{n}) \mathbf{i}_y ds = \int_{\Omega} \frac{\partial(\tau \cdot \mathbf{n}) \mathbf{i}_y}{\partial x} dA \quad (3.3.3)$$

Sendo que τ é o tensor dos esforços de cisalhamento, \mathbf{n} é o vetor normal à superfície do corpo e \mathbf{i}_y é o versor da direção y . Integra-se então a equação de Navier-Stokes tem-se:

$$\int_{Cil} \frac{du_y}{dt} dA = - \int_{Cil} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} dA + \int_{Cil} \nu \nabla^2 u_y dA + \int \Phi_y dA \quad (3.3.4)$$

onde devido ao modelo de fluido newtoniano usado,

$$\int_{\Omega} \frac{\partial(\tau \cdot \mathbf{n})_y}{\partial x} dA = \int_{Cil} \nu \nabla^2 u_y dA. \quad (3.3.5)$$

E por fim, como o cilindro é estático e a derivada da velocidade é nula em todos os pontos do cilindro, chega-se à expressão da parcela viscosa da força de sustentação:

$$\oint_{\partial\Omega} (\tau \cdot \mathbf{n})_y ds = \int_{Cil} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} dA - \int \Phi_y dA \quad (3.3.6)$$

Passando para o problema discretizado:

$$F_{sust - pressão} = - \int_{Cil} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} dA = - \sum_{i=1}^{Ncil} \frac{1}{\rho_i} (\nabla_y p)_i a_i \quad (3.3.7)$$

$$F_{sust - viscosa} = \int_{Cil} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} dA - \int \Phi_y dA = \sum_{i=1}^{Ncil} \frac{1}{\rho_i} (\nabla_y p)_i a_i - \sum_{i=1}^{Ncil} a_i \Phi_{y_i} \quad (3.3.8)$$

Uma das simulações realizadas para cilindro estático gerou as seguintes séries temporais das parcelas viscosa e de pressão do coeficiente de sustentação:

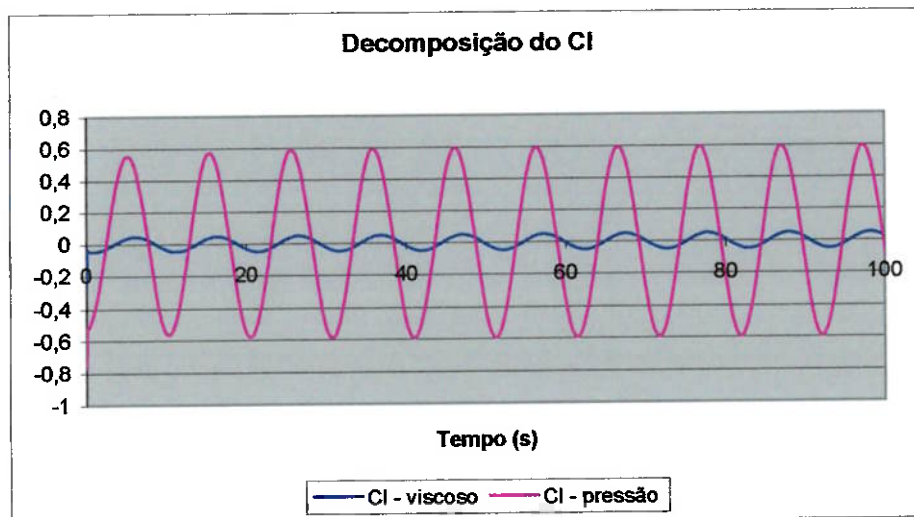


Figura 42 - Séries temporais das parcelas viscosa e de pressão do coeficiente de sustentação (CI).

Abaixo é representada a relação $St \times Re$ resultante das simulações realizadas usando esse método. Comparando os resultados das simulações com os obtidos na primeira parte do projeto e também com os valores reproduzidos numericamente por Williamson é foi notada uma boa correlação.

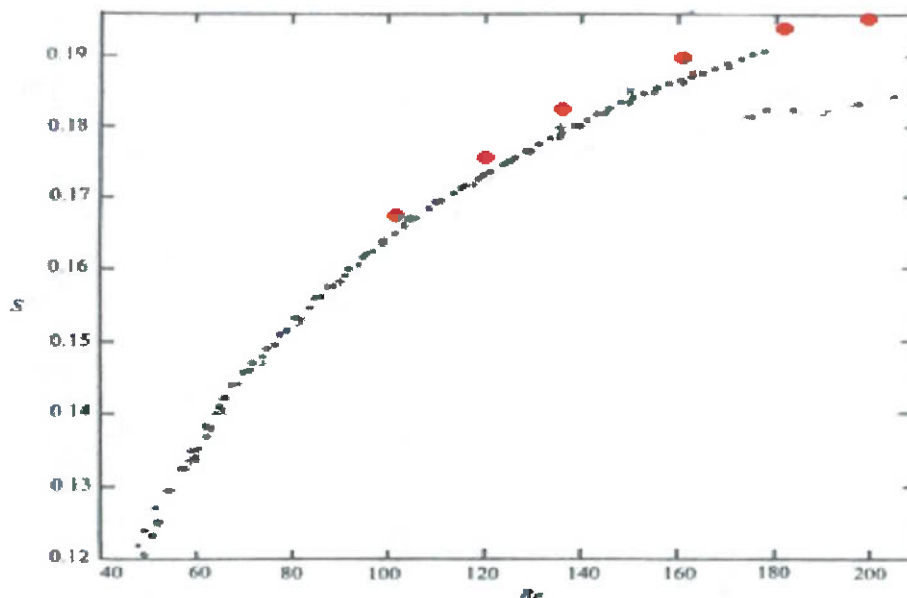


Figura 43 : Curva $St \times Re$ levantada em túnel de vento para diferentes modos de desprendimento de vórtices – extraído de Williamson – com a adição dos pontos vermelhos referentes às simulações realizadas nesse trabalho.

3.4. Implementação do MFI para o caso de um cilindro oscilando forçadamente e simulações com $Re=200$

Esse caso consiste em expor o cilindro a um escoamento como no caso anterior, com a diferença de que agora lhe é imposto um movimento. A movimentação imposta consiste em uma função oscilatória no grau de liberdade de translação na direção transversal ao escoamento.

O foco dessa série de simulações com um cilindro oscilando forçadamente é pesquisar a faixa de frequências de oscilação do cilindro que configurariam um caso possível de se acontecer, ou seja, a faixa na qual a transferência de energia

acontece do fluido para o cilindro. Como já foi dito, o dado que melhor representa essa transferência de energia é o ângulo de fase entre o deslocamento do cilindro e o CI, sendo este o resultado pesquisado nas simulações a seguir.

Do ponto de vista do método numérico, agora que o cilindro possui um grau de liberdade a primeira preocupação é a atualização da posição deste no domínio, ou seja, a redefinição das células fluidas que devem ser congeladas, assim como as que devem ser descongeladas. Essa atualização deve ser feita a cada passo de tempo e é imprescindível cuidar que a amplitude do movimento imposto não faça com que o cilindro encoste ou ultrapasse a fronteira da região refinada da malha, o que acarretaria erros importantes. Esse controle é feito simplesmente através da escolha do parâmetro de amplitude da equação do movimento.

A segunda preocupação reside no novo equacionamento dinâmico do problema, que não é mais estático. Fica mais fácil compreender o problema fazendo um diagrama de corpo rígido:

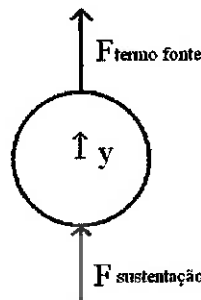


Figura 44 : Diagrama de corpo rígido de um cilindro oscilando forçadamente

$$m_{cong} \ddot{y} = F_{sust} + F_{fonte} \Rightarrow F_{sust} = m_{cil} \ddot{y} - F_{fonte} = CI \quad (3.4.1)$$

sendo m_{cong} a massa de fluido congelada que pode ser calculada simplesmente pela soma dos volumes de todos os elementos e N_{cil} o número de elementos que formam o cilindro.

$$m_{cong} = \sum_{i=1}^{Ncil} \rho_i v_i \quad (3.4.2)$$

A novidade do equacionamento dinâmico é a aparição de uma aceleração não nula. Mas apesar de não nula, essa aceleração é facilmente determinada visto que a função temporal da posição é conhecida, bastando apenas derivá-la duas vezes.

$$y_c = A \sin(\omega t + \phi) \quad (3.4.3)$$

$$\dot{y}_c = \omega A \sin(\omega t + \phi) \quad (3.4.4)$$

$$\ddot{y}_c = \omega^2 A \sin(\omega t + \phi) \quad (3.4.5)$$

Logo, a série temporal do CI pode ser facilmente obtida utilizando a equação abaixo, que é alimentada a cada passo de tempo pela somatória dos termos fonte e pelo tempo atual.

$$CI = F_{sust} = m_{cong} \omega^2 A \sin(\omega t + \phi) - \sum_{i=1}^{Ncil} v_i \Phi_{yi} \quad (3.4.6)$$

Logo abaixo são apresentados os resultados das simulações de oscilação forçada na forma de um gráfico de ângulo de fase entre deslocamento e CI em função da frequência de oscilação imposta (normalizada pela frequência de Strouhal). A frequência de Strouhal é a frequência de desprendimento de vórtices para o caso de um cilindro estático, e por isso deve ser uma boa aproximação da frequência de excitação dinâmica do sistema (CI) para um caso de amplitudes de oscilação moderadas, daí o motivo de ser tomada como fator de normalização nessa representação.

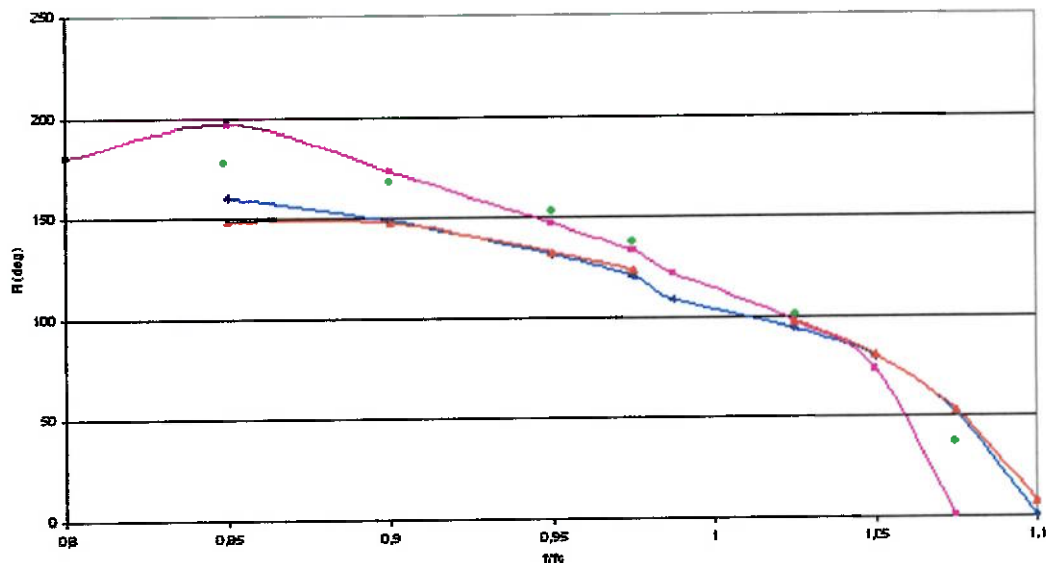


Figura 45 : Curvas de Ângulo de Fase entre deslocamento e CI versus frequência adimensional (f/f_s) para amplitude de $0,15D$ - em azul: curva levantada pelo aluno de iniciação científica Carlos L. Zink - em vermelho: curva obtida pelo aluno de pós graduação Rafael Gioria -em rosa: dados apresentados por Meneghini – pontos verdes: dados obtidos nas simulações feitas nesse trabalho.

Como esperado, a máxima transferência de energia do fluido para o cilindro (ângulo de fase igual a 90°) acontece na proximidade da frequência de Strouhal e diminui de forma quase simétrica afastando-se desta.

3.5. Implementação do MFI para o caso de um cilindro montado sobre uma base elástica livre para oscilar e simulações com $Re=200$ para diferentes valores de velocidade reduzida

Vencida a abarreira de dar movimento ao corpo congelado (cilindro), é passado a uma modelagem mais realista, onde o corpo rígido é montado em uma base elástica e exposto à corrente fluida, tendo um grau de liberdade de translação livre (na direção transversal ao escoamento). Assim, o movimento do cilindro passa a ser consequência de um conjunto de fatores ($CI(t)$), massa, rigidez

e amortecimento da base), e não apenas de um coeficiente na equação de movimento, como na oscilação forçada.

Com este tipo de aparato, oscilações ocorrem somente para faixas de velocidade reduzida nas quais a energia transferida do fluido para o corpo é positiva e a frequência de desprendimento de vórtices está próxima da frequência natural do sistema ou de um dos seus múltiplos ou submúltiplos. A vantagem de simular o escoamento ao redor de um cilindro montado em base elástica reside no fato de que neste caso medimos diretamente as amplitudes de oscilação.

Em oscilações forçadas o efeito do acoplamento pode ocorrer inclusive para faixas de energia negativa, oscilações estas que nunca ocorreriam se o cilindro estivesse montado em base elástica. Neste aspecto, experimentos em base elástica são mais realistas do que aqueles nos quais as oscilações são impostas. No entanto, o preço que pagamos e que, nos experimentos com base elástica, o número de parâmetros é sensivelmente maior do que aqueles com oscilações forçadas.

O equacionamento mecânico do problema é particular a esse método, e o principal indício disso é o fato da existência de duas massas que representam o mesmo corpo no sistema. Primeiramente a massa real do cilindro (que pode ser um riser por exemplo) e também a massa do cilindro congelado fictício que foi introduzido pelo método, que corresponde à massa de fluido que seria deslocada pela imersão do cilindro real no fluido, sendo facilmente obtida pelo produto do volume do cilindro pela densidade do fluido.

Assim, uma maneira de simplificar o equacionamento, deixando-o mais intuitivo foi dividi-lo em dois: uma parte considerando apenas o cilindro congelado, os termos fonte e a força de sustentação e uma segunda considerando a massa do cilindro real, a força de sustentação e a base elástica.

a) cilindro congelado

Esse é o problema visto pelo software simulador de fluidos, onde há um corpo rígido imerso tendo a mesma densidade do meio. A sua compreensão pode ser facilitada com visualização de um diagrama de corpo rígido.

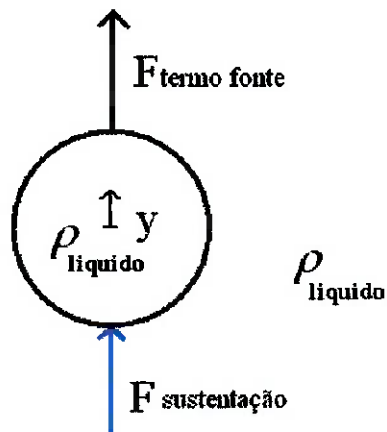


Figura 46 : Diagrama de corpo rígido do cilindro congelado ($\rho_c = \rho_{liq}$) visto pelo software Fluent

$$Cl = F_{sust} = m_{cong} \ddot{y} c - \sum_{i=1}^{Ncil} v_i \Phi_{y_i} \quad (3.5.1)$$

Esse sistema é muito parecido com o apresentado para o caso de oscilação forçada, com a diferença de não ter uma equação definida para o cálculo da aceleração, que é consequência do sistema global, e será comentada mais adiante.

O papel desse subsistema é possibilitar o cálculo do coeficiente de sustentação à partir das variáveis calculadas pelo software principal e pelas udfs, que são: a somatória dos termos fonte (calculada pela udf dos termos fonte na direção y) e o valor da aceleração do corpo no dado instante (calculada pela udf de movimento).

b) cilindro real

Como dito, aqui se retorna ao problema real, onde há um cilindro com uma dada massa montado sobre uma base elástica e sujeito a um escoamento, que pode ser visto abaixo representado:

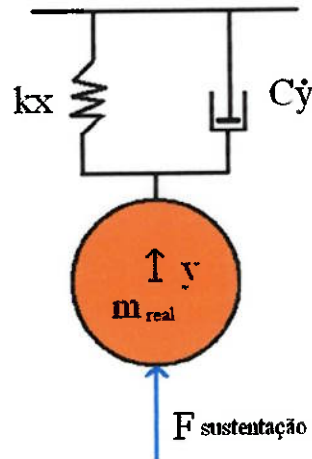


Figura 47 : Diagrama de corpo rígido do cilindro real ligado à base elástica

$$m_{real} \ddot{y}_c + C \dot{y} + ky = F_{sust.} = Cl \quad (3.5.2)$$

Aqui é vista a utilidade do primeiro subsistema, que fornece o valor de Cl necessário para a resolução da equação de movimento do cilindro real. Subtraindo a primeira equação da segunda, chega-se a uma equação global que representa o problema proposto:

$$(m_{real} - m_{cong}) \ddot{y}_c + C \dot{y} + ky = - \sum_{i=1}^{Ncil} v_i \Phi_{yi} \quad (3.5.3)$$

Essa equação é muito interessante por mostrar explicitamente o papel dos termos fonte do método das fronteiras imersas apresentado nesse trabalho. O primeiro termo é uma correção de massa necessária quando a massa do cilindro congelado é diferente da massa do cilindro real. Enquanto que os dois últimos

representam os esforços externos ao sistema cilindro-fluido, ou seja, os esforços de rigidez elástica de amortecimento da base elástica.

Voltando à preocupação de manter o cilindro oscilando dentro da região refinada específica é fácil ver que a escolha dos parâmetros do cilindro e da base elástica deve ser bastante minuciosa. Para resolver esse problema, e, ao mesmo tempo, ter a possibilidade de comparar esses resultados com outros já existentes foram usados parâmetros já usados por outros pesquisadores anteriormente, encontrados na literatura.

Os parâmetros utilizados foram os mesmo utilizados por Meneghini [24] e que também realizou simulações de cilindros montados em base elástica para $Re=200$ ($m^*=3,3$ e $m^*\zeta=0,0012$). Lembrando da adimensionalização proposta por Meneghini [1], chega-se aos parâmetros básicos de massa, rigidez e de amortecimento da base elástica, calculados levando em conta a freqüência natural da base elástica no vácuo e coeficiente de massa adicional nulo.

$$m_{real} = \frac{\rho\pi D^2}{4} m^* = m_{cong} m^* = 3,3 m_{cong} \quad (3.5.4)$$

$$V_r = \frac{U}{f_n D} \Rightarrow f_n = \frac{U}{V_r D} \quad (3.5.5)$$

Impondo que a freqüência natural da base elástica no vácuo seja igual a f_n , chega-se à expressão da rigidez da base em função da velocidade reduzida V_r desejada:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_{real}}{k}} = \frac{U}{V_r D} \quad (3.5.6)$$

$$k = \frac{4\pi^2 U^2 (m_{real})}{V_r^2 D^2} = \frac{3,3\pi^2 m_{cong.}}{V_r^2} \quad (3.5.7)$$

E por fim calcula-se o valor do coeficiente de amortecimento em função dos parâmetros acima:

$$C = 2\zeta \sqrt{km_{real}} \quad (3.5.8)$$

O interesse principal do estudo está na curva de amplitude em função da velocidade reduzida, nos valores de máxima amplitude e na relação destes com o modo de geração e desprendimento de vórtices. Como já foi dito anteriormente, a vida útil de elementos cilíndricos de estruturas offshore sujeitos a VIV, tais como risers, depende diretamente da amplitude máxima da oscilação. Daí o interesse não apenas teórico na obtenção da curva A/D versus V_r . Conforme pode ser visto em Bearman [10], para amplitudes de oscilação induzida por vórtices com uma corrente constante, a força hidrodinâmica na direção transversal e a resposta de deslocamento do corpo oscilam na mesma frequência, f_{osc} , a qual é usualmente próxima à frequência natural f_n .

Com o objetivo de representar o comportamento da amplitude de oscilação em função da velocidade reduzida foram simulados dezenove casos mudando os parâmetros da base elástica. A mudança desses parâmetros é feita visando obter diferentes frequências de oscilação, e assim diferentes valores de velocidade reduzida e suas respectivas amplitudes de oscilação.

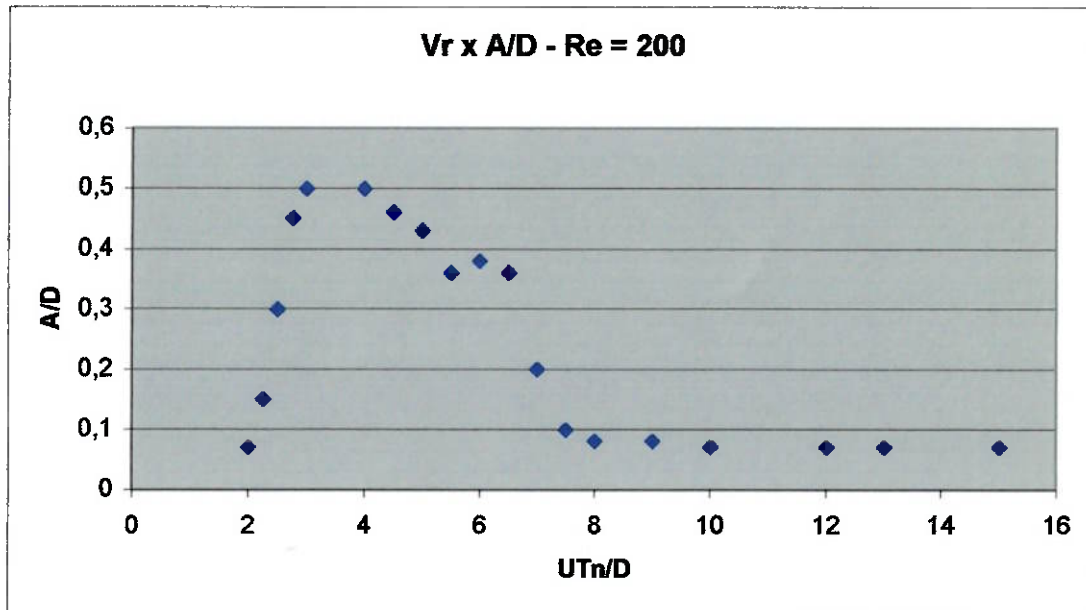


Figura 48 : Gráfico de amplitude adimensional A/D versus Velocidade Reduzida UT_n/D .

Esses resultados mostram um comportamento da relação $V_r \times A/D$ parecido com os observados nos resultados de Meneghini [24] que também foram feitos com $Re=200$, no entanto a máxima amplitude encontrada nesse trabalho foi de 0,50 ao invés de 0,64 o que pode ser um indício de difusão numérica, visto que é relativamente inferior.

3.6. Ampliação do método para estudos envolvendo agrupamentos de cilindros e apresentação de um caso implementado

O objetivo dessa seção é finalizar o trabalho mostrando a facilidade que o método proporciona para a adição de corpos ao escoamento, sem maiores preocupações com os resultados. Agora à partir dos casos modelados anteriormente fica possível a modelagem de casos com múltiplos corpos podendo cada um assumir qualquer uma das configurações anteriores (fixo, oscilando

forçado ou livre) bastando apenas combinar os códigos das UDFs, sem muitos ajustes necessários. Isso porque desde o início houve a preocupação de se fazer uma estrutura de código modular, de fácil ampliação.

Um caso implementado com sucesso foi o agrupamento de dois cilindros alinhados (tanden) sendo o primeiro fixo e o segundo livre para oscilar. Esse caso seria interessante para um estudo de interferência entre os dois corpos, que em alguns casos pode ter um efeito de ampliação das amplitudes de oscilação do segundo cilindro (montado em base elástica) devido a fenômenos ligados a VIV ou por exemplo ao fenômeno de Galloping, onde são observadas grandes amplitudes de oscilação mesmo fora da faixa esperada de velocidade reduzida.

O processo de implementação desse caso começou pela geração de uma nova malha computacional, com uma região refinada maior, para poder comportar dois cilindros. Dessa vez foi usada uma outra estratégia de geração de malha. Nas etapas anteriores foi usada uma malha composta de três submalhas interligadas, que além de mais trabalhosa na geração apresentava algumas descontinuidades bruscas nas interpolações das interfaces. Dessa vez, como pode ser visto abaixo, a malha é única e os refinamentos foram feitos em faixas verticais e horizontais, sendo um dos seus pontos fracos o desperdício de elementos em regiões pouco perturbadas (com baixos gradientes).

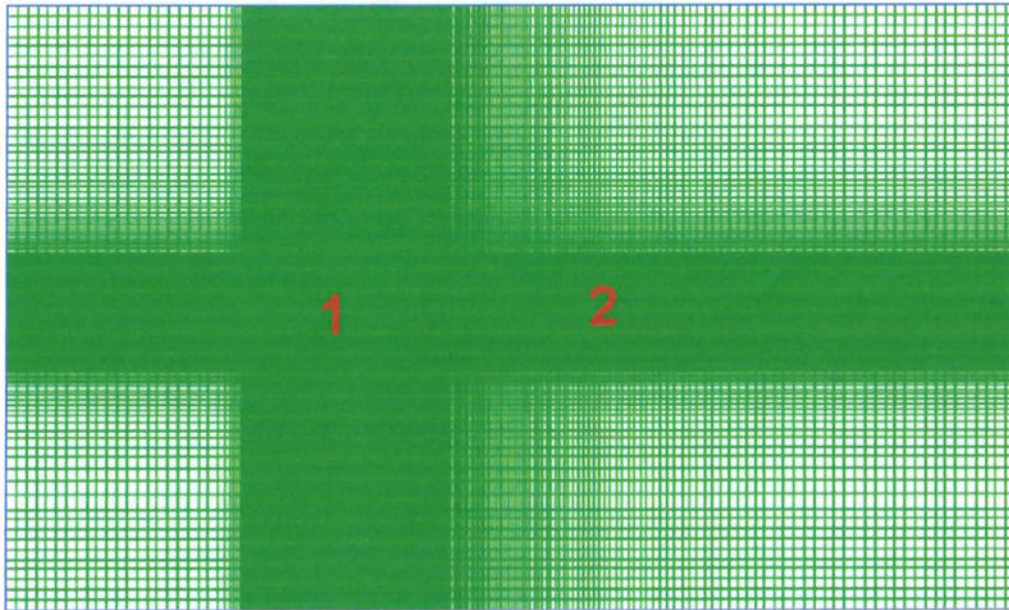


Figura 49 : Malha computacional para dois cilindros: 1) região ocupada pelos corpos 2) região de esteira

O passo seguinte foi unir os códigos usados para um cilindro fixo e um cilindro montado em base elástica tomando o cuidado de indexar as variáveis segundo o cilindro correspondente.

A seguir pode ser visto um gráfico de contornos de isomagnitude de vorticidade de uma simulação realizada com dois cilindros alinhados, sendo o primeiro fixo e o segundo montado em uma base elástica e livre para oscilar.

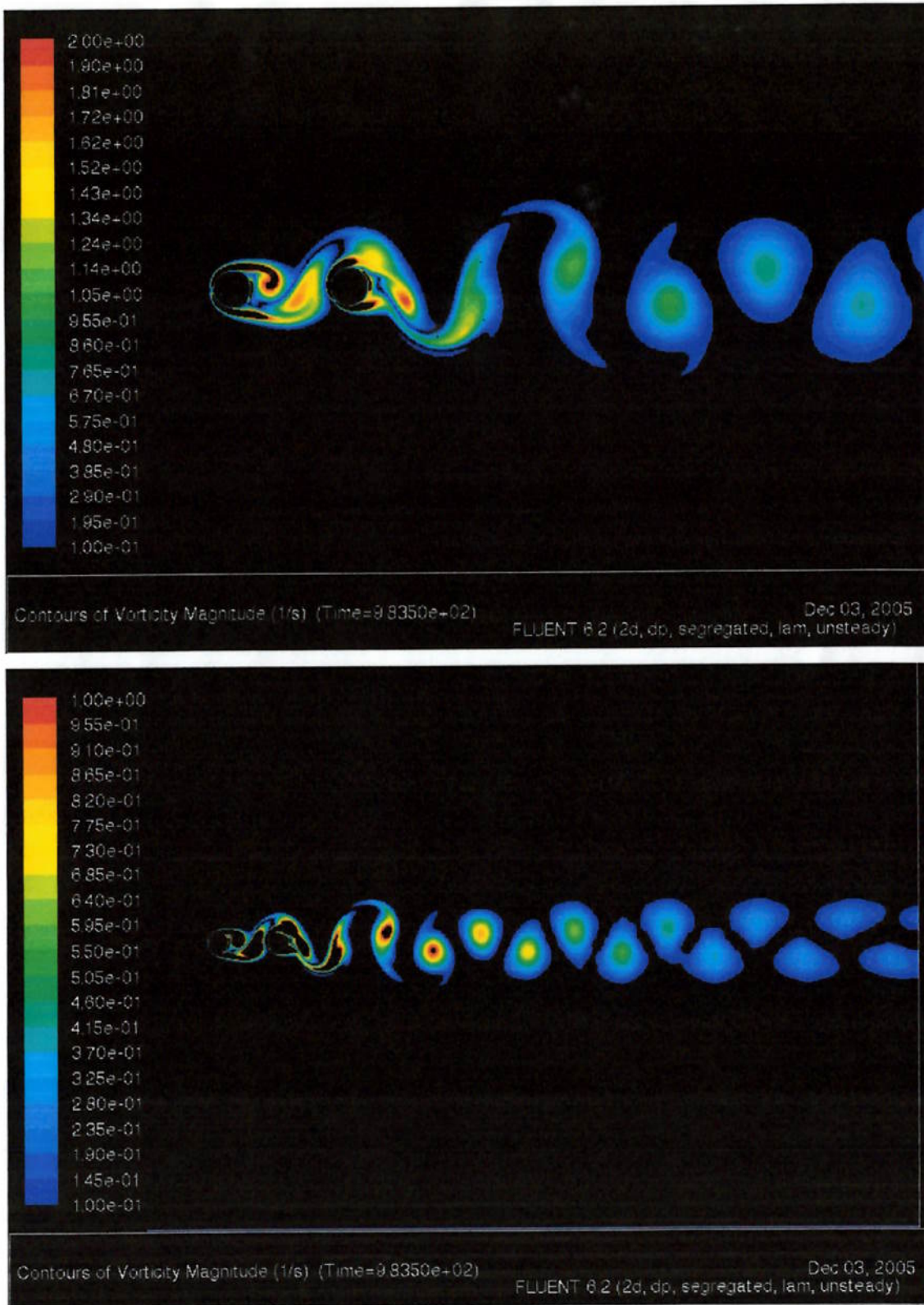


Figura 50 : Resultados para dois cilindros alinhados, sendo o primeiro fixo e o segundo montado em base elástica (Contornos de isomagnitude de vorticidade)

4. Conclusão

O trabalho apresentou um andamento satisfatório, visto que todas as tarefas previstas foram concluídas. É interessante lembrar que o objetivo desse projeto consistiu na implementação de um método numérico (Método de Fronteiras Imersas - MFI) de forma dedicada ao estudo fenomenológico de VIVs e não apenas na realização de algumas simulações simples de serem feitas usando ferramentas básicas de softwares comerciais.

Já era sabido que uma das vantagens do Método das Fronteiras Imersas é a sua versatilidade na modelagem de interações fluido-sólido no caso de sólidos móveis. Assim, o interesse na sua implementação foi de conhecê-lo melhor e julgar a sua utilidade e performance em simulações envolvendo escoamentos ao redor de cilindros. Nos casos estudados a sua versatilidade fora confirmada, assim como sua performance, o que é uma importante motivação para sua utilização em futuros estudos envolvendo escoamentos ao redor de corpos rombudos.

Do ponto de vista fenomenológico não foram apresentadas novidades marcantes, que foram deixadas para o futuro, principalmente relacionadas ao estudo de escoamentos ao redor de agrupamento de cilindros móveis. Isso porque uma das maiores vantagens desse método é a sua capacidade de comportar múltiplos corpos com graus de liberdade independentes sujeitos a um mesmo escoamento.

Essa vantagem é explicada por dois fatores principais. Primeiramente, a simplicidade proveniente do fato do referencial físico ser inercial e fixo à malha computacional euleriana. (algumas vezes, em caso de corpos móveis, toma-se um dos corpos como referencial não inercial). Em seguida, vem a forma modular com que os códigos referentes à implementação do Método das Fronteiras Imersas foram desenvolvidos, o que possibilita a rápida definição de um caso complexo de agrupamento de cilindros, bastando apenas unir os módulos já existentes reindexando suas variáveis.

Uma seqüência interessante para esse trabalho seria a exploração de fenômenos de interferência no escoamento ao redor de agrupamentos de cilindro móveis, usufruindo da versatilidade apresentada pelo MFI. Um outro ponto importante a ser pensado é a possível troca do software de base Fluent, que é baseado no Método dos Volumes Finitos, por um mais preciso como são os baseados em Métodos Espectrais.

5. Referências Bibliográficas

- [1] Meneghini, J.R. "Projeto de Pesquisa no tópico geração e desprendimento de vórtices no escoamento ao redor de cilindros" Tese de Prof. Livre Docente, EPUSP, 2002.
- [2] Meneghini, J.R. and Bearman, P.W., Numerical simulation of control of bluff body flow using a discrete vortex method incorporating viscous diffusion, *Proc IUTAM Sym on Bluff Body Wakes, Dynamics and Instabilities*, Gottingen, 1992.
- [3] Gambit User's Guide – Version 1.3, Fluent Inc.; 2000.
- [4] Gambit Modelling Guide - Version 1.3, Fluent Inc.; 2000.
- [5] Fluent User's Guide – Fluent Inc.; 1999.
- [6] Fluent Tutorial Guide – Fluent Inc.; 1999.
- [7] G. Parkinson, *Phenomena and modelling of flow-induced vibration of bluff bodies*, *Progress in Aerospace Sciences* 26 (1989), 169–224.
- [8] H. M. Blackburn and R. D. Henderson, *A study of two-dimensional flow past an oscillating cylinder*, *J. Fluid Mech.* 385 (1999), 255–286.
- [9] R. E. D. Bishop and A. Y. Hassan, *The lift and drag forces on a circular cylinder oscillating in a flowing fluid*, *Proceedings Royal Society* 277(1964), 51–75, Series A.
- [10] G. H. Koopman, *The vortex wakes of vibrating cylinders at low Reynolds numbers*, *J. Fluid Mech.* 28 (1967), no. Part 3, 501–512.
- [11] O. M. Griffin, R. A. Skop, and G. H. Koopman, *The vortex-excited resonant vibrations of circular cylinders*, *Journal of Sound and Vibration* 31 (1973), no. Part 2, 235–249.
- [12] P. W. Bearman and I. G. Currie, *Pressure fluctuation measurements on an oscillating circular cylinder*, *J. Fluid Mech.* 91 (1979), no. 4, 661–677.
- [13] C. C. Feng, *The measurement of vortex-induced effects in a flow past stationary and oscillating circular and d-section cylinders*, Msc thesis, University British Columbia, Vancouver, Canada, 1968.

- [14] P. W. Bearman and M. E. Davies, *The flow about oscillating bluff structures*, Proc. Int. Conf. Wind Effects on Buildings and Structures (ed. K.J. Eaton, ed.), Cambridge University Press, 1977, pp. 285–295.
- [15] P.W. Bearman and E. D. Obasaju, *An experimental study of pressure fluctuations on fixed and oscillating square-section cylinders*, J. Fluid Mech. 119 (1982), 297–321.
- [16] P. W. Bearman, *Vortex shedding from oscillating bluff bodies*, Ann. Rev. Fluid Mech. 16 (1984), 195–222.
- [17] A. Khalak and C. H. K. Williamson, *Motions, forces and mode transitions in vortex-induced vibrations at low mass-damping*, J. Fluid and Structures 13 (1999), 813–851.
- [18] F. Saltara, *Simulação numérica do escoamento ao redor de cilindros*, PhD, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia Mecânica, 1999.
- [19] e Pesce C. P. Fajarra, A. L. C., *Private communication*, 2002.
- [20] T. Sarpkaya, *Fluid forces on oscillating cylinders*, ASCE Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Division 104 (1978), 275–290.
- [21] M. M. Zdravkovich, *Flow around circular cylinders*, vol. 1, Oxford University Press, New York, 1997.
- [22] P. Anagnostopoulos and P.W. Bearman, *Response characteristics of a vortex-excited cylinder at low reynolds number*, J. Fluid and Struct. 6 (1992), 39–50.
- [23] P. H. C. C. Parra, *Modelo semi-empírico de vibração induzida por vortex shedding*, Msc, USP, Sao Paulo, Brazil, 1996.
- [24] Meneghini J. R. Saltara, F. and P.W. Bearman, *The simulation of vortex shedding from an oscillating circular cylinder with turbulence modelling*, in Bearman and Williamson ,1997
- [25] Lai M.C , Su S.W. and Lin C.A., *A Simple Immersed Boundary Technique for Simulating Complex Flows with Rigid Boundary*, 2004
- [26] Revstedt, Johan, *A Virtual Boundary Method with Improved Computational Efficiency Using a Multi-grid Method*, 2004
- [27] Peskin CS. *Numerical analysis of blood flow in the heart*. Journal of Computational Physics, 1977.

- [28] J. A. Young, *Viscous flow around vortex shedding flowmeters: a discrete vortex model*, Ph.D. thesis, Imperial College, Department of Aeronautics, University of London, 1989.
- [29] A. E. Perry, L. S. Chong, and T. T. Lim, *A vortex shedding process behind twodimensional bluff bodies*, J. Fluid Mech. 116 (1982), 77–90.
- [30] A. Roshko, *On the development of turbulent wakes from vortex streets*, Naca Report 1191, National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), Washington, 1954.
- [31] Williamson, C. H. K. and Roshko, A. *Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder*, J. Fluid and Structures 2 (1988), 393-441.